

Acte 1: l'horreur !!!

1916: Les trous noirs

Dans le contexte de l'époque, la découverte de cette solution, même partielle, exhibant des singularités (en particulier horizons*) mettait dans l'embarras les relativistes les plus éminents (et il n'y en avait pas tant que cela à l'époque). La théorie à peine élaborée, on découvrait qu'elle prédisait des horreurs. Les scientifiques, Einstein en tête se trouvaient face à une situation inconnue et ils craignaient sans doute que cela ne mette en cause la viabilité de la théorie encore naissante.

Face à cela ils ont décrété un embargo intellectuel vis-à-vis des trous noirs, arguant qu'il s'agissait de situations extrêmes qui ne pouvaient pas se produire dans la nature. Tous les objets physiques qu'on connaissait relevant de cette solution (étoiles, planètes, ..) étaient très loin de cette situation.

**L'horizon n'est pas une singularité en RG, ce qui conforte d'ailleurs son caractère physique, mais ils ne l'avaient pas encore découvert! Notons qu'un horizon est en général associé à une «vraie» singularité dont il nous isole (conjecture de censure cosmique).*

1917-1918: Les modèles cosmologiques

Plutôt que de chercher à approfondir l'analyse et tenter de résoudre cette énigme sulfureuse autant s'intéresser à l'application de la relativité générale en cosmologie qui commençait à porter ses fruits. Cet enthousiasme pour la diversion cosmologique allait tout de même prendre rapidement un petit coup de froid avec la solution de De Sitter (1918) qui présentait également une « singularité » (l'horizon de masse) à une distance finie, De Sitter sauvait les meubles en déclarant que l'absence de singularité à distance finie postulée par Einstein devait s'entendre comme un principe philosophique métaphysique et qu'il fallait lire : « Absence de singularité à une distance physiquement accessible ».

En fait, en RG, le problème des singularité est le même pour les solutions "cosmologiques" que pour les trous noirs par exemple qui, ne n'oublions, pas sont des espace à part entière. Simplement sur une géodésique vers la singularité centrale d'un trou noir c'est le temps qui disparaît alors que si on remonte le temps vers l'origine du Big Bang c'est l'espace!

Acte 2: 1918-1960: On regarde ailleurs !(sans commentaire).

Acte 3: Les affaires reprennent, le débat sur la singularité centrale!

Vers 1960 deux points de vue se confrontent, celui des physiciens de l'ouest et celui de l'école russe. En effet, le mécanisme de destruction de la matière par les forces de marées (étirement dans le sens radial, compression transversale) qui deviennent infinies à $r = 0$, au cours de cet effondrement et son résultat ne sont pas clairs. En l'absence d'une théorie quantique de la relativité on ne voit pas de limite finie correspondant à un état de la matière particulier qui pourrait l'enrayer. L'école russe I.M Kalatnikov et E.M Lifchitz pensaient que cela était un artéfact de la symétrie parfaite de la solution et qu'une petite asymétrie en se développant pendant l'effondrement devait générer des instabilités et empêcher l'implosion, voire provoquer une explosion. Se posait en fait le problème de la stabilité des singularités en relativité générale. En 1964 la situation était confuse.

Introduction des méthodes globales: La singularité inéluctable?

En 1965 Penrose, en introduisant les méthodes globales utilisant la topologie, démontre que au contraire, ce n'est pas un artéfact de la symétrie. En effet, si certaines conditions sont satisfaites, en particulier l'existence de surfaces piégées et la condition d'énergie faible (énergie locale non négative), cela implique, que indépendamment de la symétrie, le développement de singularités est inéluctable. A Londres, en été 1965, dans une salle de conférence comble, Kalatnikov expose que selon leurs travaux (avec Lifchitz) les trous noirs n'abritent pas de singularités, du fait de l'instabilité liée à la croissance des déformations par rapport à la symétrie, ce qu'ils pensaient avoir démontré par les méthodes classiques locales que tous les physiciens présents connaissaient bien. A la fin de l'exposé, C. Misner exprime son désaccord en s'appuyant sur le théorème que Penrose venait de démontrer en 1965. La délégation soviétique, prise par surprise, était désorientée du fait d'une part elle avait eu du mal à suivre l'exposé en anglais assez vif de Misner et d'autre part que le théorème de Penrose reposait sur des arguments topologiques mal connus des experts de la relativité à la différence de leur démonstration qui était fondée sur des méthodes qui avaient fait leurs preuves. Penrose devait donc se tromper. Mais, en 1969 Lifchitz devait reconnaître leur erreur.

Comment caractériser une singularité ?

Nous avons vu que la première manifestation est apparue par des divergences dans la forme de la métrique. Le déterminant qui devait être non nul et non infini a fourni un premier critère qui s'est révélé rapidement inadéquat. La divergence de scalaires de courbure a fourni un critère plus solide.

Cependant l'approche de l'étude des singularités par des méthodes topologiques conduit naturellement à rechercher un critère de type topologique. Une définition plutôt bien admise aujourd'hui est de considérer qu'une singularité se caractérise par l'existence dans la variété représentant l'espace temps de géodésiques incomplètes (dont le paramètre affine ne s'étend pas indéfiniment dans au moins une des deux directions, à partir d'un point de la géodésique).

Pourtant cette définition largement utilisée souffre de quelques contre exemples.

Il a été montré par exemple que l'incomplétude des géodésiques temporelles, spatiales ou nulles étaient indépendantes et qu'il existait des espaces temps où les géodésiques nulles étaient incomplètes mais pas les géodésiques temporelles et spatiales.

De plus, dans un espace temps où les géodésiques de tous types sont toutes complètes, il peut exister des lignes d'univers de type temps sur lesquelles l'accélération reste toujours finie qui sont incomplètes, autrement si des particules en chute libre ne rencontrent jamais de singularités, une fusée en accélération peut en rencontrer une, dans un coin de l'espace temps inaccessible aux géodésiques.

Types de solutions pour la singularité

- **Singularité où la force de marée devient infinie**

Cela correspond à une courbure infinie en un point. Les forces de marées tendant vers l'infini à l'approche de la singularité disloquent toute structure de la matière et la compriment jusqu'à une densité infinie. C'est historiquement la première hypothèse à caractère physique résultant par exemple de l'effondrement homogène à symétrie sphérique prévu par Oppenheimer Snyder.

Un résultat similaire est obtenu par un effondrement très particulier inhomogène mais à symétrie sphérique .

L'hypothèse la plus générale dans ce cadre est celle dite d'écrasement « Mixmaster » (modèle de Kasner généralisé) découverte dans le cas d'espace homogène par Misner (1969) et par Belinski et Kalatnikov (1969a) et analysé dans le cas inhomogène par Belinski et Kalatnikov (1969, 1970) et par Kalatnikov et Lifchitz (1970).

A titre d'exemple on développera un peu plus les singularités BKL (Belinski, Kalatnikov, Lifchitz),

Les singularités « Mixmaster » sont les seules parmi toutes les singularités explicitement connues qui apparaissent comme étant la solution générique du fait que si on perturbe légèrement et arbitrairement les conditions initiales d'un espace temps qui évolue vers une singularité « Mixmaster », l'espace temps perturbé va aussi évoluer vers une singularité « Mixmaster ».

Cette hypothèse est donc considérée comme un candidat sérieux à la description de la singularité centrale.

Types de solutions pour la singularité

- **Singularité sans force de marées infinies**

Il existe des configurations très particulières où une géodésique de type temps ou nulle peut être incomplète, non pas parce qu'on atteint un point où les forces de marées sont infinies mais pour d'autres raisons plutôt subtiles.

- **Singularité associée à une implosion avortée avec rebond**

Si l'influence de la singularité est suffisamment limitée, l'essentiel de la matière qui s'effondre peut alors l'éviter. Comme cette matière ne peut pas franchir l'horizon, elle peut atteindre un état de compression maximum élevé, mais fini, et exploser vers une autre région de l'espace temps dans le cas de topologie multiconnexe (trous de ver). Les solutions analytiques de l'effondrement d'une sphère de matière chargée appartiennent à cette catégorie. Un tel phénomène impose que l'extrémité du trou de ver qui « explose » (connecté à l'autre univers) a été formée en même temps que l'univers avec une masse et un moment angulaire (mesurée par les orbites képlériennes à l'infini, et l'entraînement de référentiel) qui est exactement la même que celle qui entre dans l'extrémité connectée au trou noir. Inutile de dire que cela semble physiquement non plausible et rend cette hypothèse surréaliste.

- **Autres hypothèses**

Il peut y avoir une combinaison des hypothèses ci-dessus. D'autre part le sujet étant hautement spéculatif, il ne serait pas étonnant que des hypothèses radicalement nouvelles voient le jour dans le futur. Il est certain qu'une théorie de gravitation quantique apporterait sans doute des éclaircissements, sur la phase ultime de l'effondrement en particulier lorsque la taille du rayon de Schwarzschild s'approche de la longueur de Planck, là où la relativité générale n'est plus vraiment la théorie qui domine les phénomènes, les effets quantiques devant être prédominants.

Singularité BKL

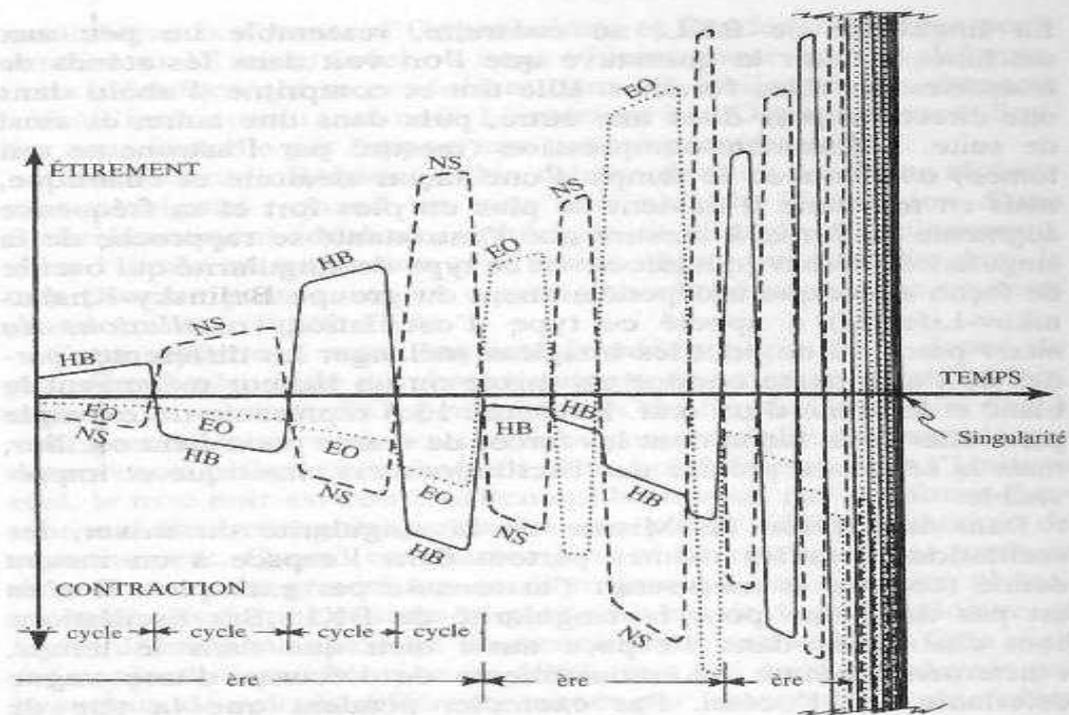


Figure 13.6 Un exemple de la manière dont les forces de marée pourraient osciller avec le temps dans une singularité de BKL. Les forces de marée agissent de façon différente dans les directions perpendiculaires. Ces directions sont appelées ici, par convention, HB (pour haut-bas), NS (pour nord-sud) et EO (pour est-ouest), et chacune des courbes décrit le comportement de la force de marée dans l'une de ces directions. Le temps est porté horizontalement. A tout instant où la courbe HB est au-dessus de l'axe horizontal du temps, la force de marée étire dans cette direction, tandis que, lorsqu'elle est au-dessous de cet axe, la force comprime dans la même direction. Plus haut se trouve la courbe au-dessus de l'axe, plus fort est l'étirement, plus bas est la courbe au-dessous de l'axe, plus forte est la compression. Notez les points suivants : (1) A chaque instant il y a compression dans deux directions et étirement dans la troisième. (2) La force de marée oscille entre étirement et compression, chaque oscillation est appelée un « cycle ». (3) Les cycles sont groupés en ères. Pendant chaque ère l'une des directions est soumise à une compression relativement stable pendant que les deux autres directions oscillent entre étirement et compression. (4) Quand l'ère change, la direction stable change. (5) A mesure que la singularité se rapproche, la fréquence de l'oscillation et l'intensité des forces de marée augmentent indéfiniment. Les détails de la façon dont les cycles se regroupent en ères et dont les schémas d'oscillation changent aux changements d'ères sont parfois appelés « carte chaotique ».

Acte 4: Théorème des singularités de Hawking et Penrose (1969)

Le théorème des singularités de Hawking et Penrose (le plus important d'une large classe) nous garantit l'ubiquité des singularités dans des espaces non symétriques.

« Un espace temps M , solution des équations d'Einstein, contient nécessairement des géodésiques ou courbes de type temps incomplètes, (est donc singulier au sens de Schmidt), si les quatre conditions suivantes sont satisfaites.

M ne contient pas de boucles temporelles (condition de causalité raisonnable).

En tout point événement de M , pour chaque vecteur unitaire de type temps, le tenseur énergie impulsion satisfait la condition : $(T_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}T)u^\mu u^\nu \geq 0$ (condition d'énergie forte).

La variété est générique (pas trop symétrique) : Il existe au moins un point événement par lequel passe le vecteur unitaire u tangent à une géodésique temporelle ou nulle où sa relation avec la courbure locale ne satisfait une relation spécifique. On doit avoir : $U_{[\alpha} R_{\beta]}{}_{\gamma\delta} u^\rho u^\delta \neq 0$ au moins en un point de la géodésique

La variété contient une surface piégée.

Avant l'établissement de ces théorèmes, on pouvait espérer que l'effondrement en une singularité de Schwarzschild était un artefact de la symétrie sphérique et que les géométries typiques resteraient non singulières (comme cela se produit en gravitation Newtonienne). Mais le théorème de Hawking-Penrose montre que une fois que l'effondrement a atteint un certain point, l'évolution vers la singularité est inévitable. C'est l'incomplétude des géodésiques qui nous révèle l'existence d'une singularité : il existe des géodésiques qui ne peuvent pas être prolongée dans la variété, et qui néanmoins se terminent à une valeur finie du paramètre affine associé.

C'est quand une surface piégée apparaît que le point de non retour est atteint. Ceci suggère qu'une singularité est associée à un horizon.

Acte 5: Quelques modèles cosmologiques

-Modèle standard:

- Singularité initiale à $T = 0$. Temps et Espace peuvent être finis ou infinis.
- Sans singularité avec constante cosmologique sous certaines conditions. Temps & Espace infini.

-**Modèle stationnaire.** Temps/espace infini. Infinité de singularités: création continue de matière.

-(Nouveau) modèle quasi stationnaire. Idem modèle stationnaire pour les singularités mais espace pseudo périodique.

- Cosmologie de Milne (relativité restreinte). Singularité initiale. Expansion linéaire.

- Modèles jumeaux (JP Petit) - bi-gravité (matière-antimatière)

- etc...

Moralité

En cosmologie, les singularités semblaient de prime abord rendre suspectes les théories qui en contenaient. Mais ne serait ce pas plutôt une théorie sans singularité qui serait suspecte?

Mais

Peut on extrapoler les phénomènes qu'on constate aujourd'hui dans un contexte donné à une situation où le contexte était très différent? Aujourd'hui dans le MS c'est l'énergie "sombre" qui domine la dynamique de l'univers, mais il y a quelques milliards d'années c'était la matière et encore avant c'était le rayonnement. Et avant? Quid des effets quantiques ?

Le débat est ouvert.....