

# Théorie quantique des champs

Théorie de jauge  
Groupe de symétrie

# Principe de moindre action

- On définit une action en mécanique classique par :

$$S = \int L(q_i, q'_i) dt$$

- Où  $L$  appelé lagrangien est une fonction des coordonnées  $q_i, q'_i$  qui sont les coordonnées généralisées.
- Les équations du mouvement vont s'obtenir par le principe de moindre action: L'expression de  $S$  est un extremum sur la trajectoire.
- Le calcul général de cette condition s'exprime par l'équation de Lagrange.

# Lagrangien classique

- Le **lagrangien**  $L(x^i, \dot{x}^i)$ , d'un système dynamique est une fonction des variables dynamiques qui permet d'écrire de manière concise les équations du mouvement du système. Le lagrangien classique d'une particule est égal à l'énergie cinétique moins l'énergie potentielle.

$$L = \frac{1}{2} m v^2 - U(r)$$

$$L(x^\mu, \frac{dx^\mu}{dt}) = \frac{1}{2} \delta_{\mu\mu} (\frac{dx^\mu}{dt})^2 - [U(x, y, z) + h]$$

- L'équation de Lagrange s'écrit :

$$\left(\frac{d}{dt}\right) \left(\frac{\partial L}{\partial \left(\frac{dx^\mu}{dt}\right)}\right) = \frac{\partial L}{\partial x^\mu}$$

- On obtient l'équation du mouvement :

$$\frac{d^2 x^\mu}{dt^2} + \partial_\mu U(x, y, z) = 0$$

## Lagrangien relativiste et équation du mouvement

Dans ce cas, le temps est une coordonnée, au même titre que les coordonnées d'espace,  $\lambda$  est le paramètre affine (dynamique)

$$L\left(x^\mu, \frac{dx^\mu}{d\lambda}\right) = \frac{1}{2} g_{\mu\nu}(x, y, z) \left[ \frac{dx^\mu}{d\lambda} \frac{dx^\nu}{d\lambda} \right] = \frac{1}{2} ds^2$$

$$\frac{d}{d\lambda} \left( \frac{\partial L}{\partial \left( \frac{dx^\mu}{d\lambda} \right)} \right) = \frac{\partial L}{\partial x^\mu}$$

# Densité de Lagrangien $\mathcal{L}$

En, relativité, dans le cas où on traite de grandeurs physiques représentées par des champs  $\Phi^i$ , on définit une densité de lagrangien  $\mathcal{L}$ , qui doit être intégrée sur tout l'espace-temps. L'équation du mouvement s'en déduira par le principe de moindre action.

$$S = \int d^4x \mathcal{L}(\phi_i, \partial_\mu \phi_i)$$

Type de Champ	Equation	Densité de lagrangien
Scalaire $\Phi$ , spin = 0	$0 = (\square + m^2)\phi$	$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi^\dagger)(\partial^\mu \phi) - m^2 \phi^\dagger \phi$
Spineur $\psi$ , spin = 1/2	$0 = (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi$	$\mathcal{L} = \frac{i}{2} (\bar{\psi} \gamma^\mu (\partial_\mu \psi) - (\partial_\mu \bar{\psi}) \gamma^\mu \psi) - m \bar{\psi} \psi$
Photon $A^\mu$ , spin = 1	$0 = \partial_\mu F^{\mu\nu} = \square A^\nu - \partial^\nu (\partial_\mu A^\mu)$	$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = -\frac{1}{2} (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu)$

# Quelques rappels de physique des particules

Avant de traiter de leurs relations, commençons par un état des lieux!

- Une découverte essentielle du 20<sup>ième</sup> siècle, a été l'importance des champs pour la compréhension des interactions fondamentales de la physique.
- Bien sûr la formulation des théories actuelles est compatible avec la relativité et la mécanique quantique.
- Ici, nous ne présentons pas la théorie relativiste quantique des champs dans toute sa splendeur, mais espérons en donner quelques notions dont l'objectif est d'être utile à la compréhension de cette théorie

- Commençons notre introduction de la physique des particule, en passant en revue, les bases sur les constituants élémentaires de la matière.
- Selon le modèle standard de la physique des particules, bien établi aujourd'hui, les briques de base de la matière sont les quarks et les leptons, et on en connaît six de chaque (voir table ci contre).

## Standard Model of Elementary Particles

	three generations of matter (fermions)			interactions / force carriers (bosons)	
	I	II	III		
mass	$\approx 2.2 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 1.28 \text{ GeV}/c^2$	$\approx 173.1 \text{ GeV}/c^2$	0	$\approx 125.09 \text{ GeV}/c^2$
charge	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	0
spin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	0
	<b>u</b> up	<b>c</b> charm	<b>t</b> top	<b>g</b> gluon	<b>H</b> higgs
	<b>d</b> down	<b>s</b> strange	<b>b</b> bottom	<b><math>\gamma</math></b> photon	
	<b>e</b> electron	<b><math>\mu</math></b> muon	<b><math>\tau</math></b> tau	<b>Z</b> Z boson	
	<b><math>\nu_e</math></b> electron neutrino	<b><math>\nu_\mu</math></b> muon neutrino	<b><math>\nu_\tau</math></b> tau neutrino	<b>W</b> W boson	

**QUARKS** (left side, purple text)  
**LEPTONS** (left side, green text)  
**GAUGE BOSONS VECTOR BOSONS** (bottom right, red text)  
**SCALAR BOSONS** (right side, yellow text)

# Petite revue de la physique des particules

- Comme on peut le voir les quarks et les leptons sont groupés naturellement en 3 familles, chacune comportant un lepton électriquement neutre (comme le neutrino  $\nu_e$ ), un lepton de charge électrique  $-e$  (comme l'électron), un quark de charge  $+2/3 e$  (comme le quark  $u$ ), et un quark de charge  $-1/3 e$  (comme le quark  $d$ ). Petite curiosité, les quarks ne se manifestent pas à l'état libre.
- Un proton est constitué de 2 quarks  $u$  et d'un quark  $d$ , un neutron d'un quark  $u$  et de 2 quarks  $d$  (vous pouvez vérifier que cela donne bien la bonne charge électrique).
- Les forces qui lient ces quarks ensemble sont si fortes qu'un quark ne peut pas être extrait du système lié.



# Petite revue de la physique des particules

- On appelle cela le confinement des quarks.
- Cependant il existe des méthodes permettant de « secouer » les quarks dans un proton et démontrer ainsi leur existence en tant que constituants individuels des nucléons.
- Le fait que les quarks, fortement liés dans les nucléons ( protons, neutrons), puissent se comporter comme des particules libres pendant des instants très courts comme constaté expérimentalement, est une propriété des théories modernes appelée liberté asymptotique.
- La configuration particulière de charges et autres nombres quantiques dans une famille de 2 leptons, et 2 quarks signifie que la théorie va être compatible avec la mécanique quantique

# Petite revue de la physique des particules

- S'il avait manqué une particule, une anomalie aurait été générée et cela aurait eu des conséquences catastrophiques pour la théorie.
- En gros, on n'aurait rien pu calculer, du fait des infinis, qui n'auraient pas pu être renormalisés de façon contrôlée.
- C'est la raison pour laquelle le quark Top a été prédit, bien avant qu'il n'ait été finalement découvert expérimentalement en 1995.

# Petite revue de la physique des particules

- Dans la table, nous avons supprimé quelques nombres quantiques, par exemple chaque quark a 3 degrés de liberté appelés couleurs.
- La théorie de l'interaction forte, la chromodynamique quantique (QCD) décrit comment les quarks colorés interagissent.
- Les leptons et les quarks ont des spins  $\frac{1}{2}$  (en unités de  $\frac{\hbar}{2\pi}$ , la constante de Planck divisée par  $2\pi$  ).

Ce sont des fermions qui obéissent au principe d'exclusion de Pauli.

# Petite revue de la physique des particules

Enfin à chaque particule connue, correspond une antiparticule, de même masse et valeurs de spin mais de charge électrique opposée.

Les neutrinos qui sont neutres, possèdent un autre type de charge, l'hypercharge faible, qui signifie que le neutrino et l'antineutrino sont des particules différentes.

Cependant tous les neutrinos ont un spin « gauche » (ou une hélicité, qui est la projection du spin dans la direction de la quantité de mouvement).

Par symétrie, les antineutrinos sont « droitiers ».

# Petite revue de la physique des particules

- C'est ainsi que les neutrinos apparaissent dans le modèle standard.
- Cependant le domaine des neutrinos est très difficile à étudier du fait de leur faible interaction avec la matière.
- Il est possible que les neutrinos soient en fait leurs propres antiparticules alors appelée particules Majorana.

# Nombre quantiques

- Le concept de nombre quantique est important en physique des particules.
- Comme nous le dit la mécanique quantique, le moment angulaire interne  $s$  d'une particule est quantifié par pas de 1 ou  $\frac{1}{2}$  de  $\hbar$ , ce moment angulaire (spin) est un nombre quantique.
- D'habitude, l'existence de nombre quantiques conservés reflète l'invariance de la théorie par certaines transformations.
- Par exemple la conservation du moment angulaire est une conséquence de l'invariance par des rotations.

# Nombres quantiques

- Un système donné de particules peut avoir un moment angulaire total qui est donné par le spin total de toutes les particules qui le constituent couplé au moment orbital total, conformément aux règles de la mécanique quantique.
- Une utilisation pratique de cette conservation est une règle générale qui stipule qu'un système qui a un moment angulaire total demi entier ne peut pas dégénérer en un système avec un spin total entier.

# Nombres quantiques

- Il y a d'autres types de transformations, en relation avec les degrés de liberté internes, qui impliquent aussi des conservations de nombres quantiques.
- Un exemple important est la charge électrique, dont la conservation résulte d'une invariance de jauge.
- De plus, il y a d'autres « charges » telles que le nombre baryonique, qui semble être conservées avec une très grande précision (La durée de vie du proton est au moins de  $10^{34}$  ans, d'après les expériences).



# Nombres quantiques

- Là, l'invariance, source de la conservation du nombre baryonique est moins bien comprise (en fait selon certaines théories, il n'y aurait pas une conservation exacte de ce nombre).
- Mais du point de vue phénoménologique, cela peut être considéré comme une loi empirique qui nous indique quelles réactions impliquant des baryons sont permises.
- La normalisation attribue habituellement un nombre baryonique égal à +1 au proton (et donc de -1 pour l'antiproton).
- Alors un quark a un nombre baryonique de +1/3.

# Nombres quantiques

- De même pour les leptons, il semble qu'il y a des nombres quantiques qui soient conservés au moins approximativement.
- On attribue à l'électron et au neutrino électronique un nombre leptonique de +1 et de même pour les autres leptons.
- Il semble que ce nombre leptonique soit conservé avec une bonne approximation.
- Leur somme, le nombre leptonique total, semble encore mieux conservé.

# Nombres quantiques

- Cependant, répétons qu'il n'y a pas de raison théorique contraignante associée à cette conservation, à la différence de la charge électrique, conséquence d'une invariance de jauge.
- Il est possible que la conservation du nombre leptonique soit violée à un certain niveau, bien que cela n'ait pas été constaté expérimentalement.
- Le nombre leptonique individuel n'est probablement pas conservé

# Degrés de libertés dans le modèle standard

- Une manière très utile de considérer les degrés de liberté de spin d'une particule est de considérer qu'un état associé à n'importe laquelle des  $2s+1$  valeurs de  $m_s$ , est une particule différente.
- Ceci est justifié, car chacun de ces états contribue indépendamment, par exemple, à la densité d'énergie. La transformation de Lorentz, n'agit pas seulement sur l'espace temps, mais aussi sur les états internes de spin : ils se mélangent.
- Ici  $m_s$  est la projection du spin sur un axe arbitraire, mais fixé.
- D'ordinaire c'est l'axe z. Cependant, un choix encore meilleur qui permet de mieux traiter les particules sans masse (comme par exemple peut être les neutrinos) est d'utiliser l'hélicité, c'est à dire de prendre la direction du mouvement comme axe de projection.

# Degrés de libertés dans le modèle standard

- Comptons le nombre  $g_{fam}$  d'états d'hélicité indépendants d'une famille de quark et de leptons.
- Chaque quark a 3 couleurs et 2 spins, soit 12 états pour les quarks u, d et les antiquarks.
- Le lepton chargé a 2 états et le neutrino 1.
- Donc une famille a 15 états, soit 45 pour les trois.
- Avec les antiparticules cela fait 90 pour les fermions
- Au dessus d'une certaine température, de l'ordre de 100-300 MeV, où on suppose que la transition de phase quark-gluon se produit, on subodore que les quarks et les gluons se comportent comme de particules libres.

# Mésons et Baryons

- En dessous de la température de transition de phase QCD, seuls les systèmes non colorés semblent viables.
- Une manière de faire pour un quark est de se lier avec un antiquark, formant un système incolore fortement lié, qu'on appelle un méson ;
- Les plus légers sont les mésons  $\pi$ , ou pions.
- La masse du pion (énergie au repos) est d'environ 140 MeV.
- Une particule  $\pi^+$  est constituée d'un quark u et d'un antiquark  $\bar{d}$ .

# Mésons et Baryons

- D'ordinaire, une barre sur le nom de la particule désigne l'antiparticule, donc on écrit  $\pi^+ = u\bar{d}$ .
- Le  $\pi^-$  qui est l'antiparticule du  $\pi^+$  est évidemment constitué d'un quark  $d$  et d'un antiquark  $\bar{u}$ .
- Il y a aussi un pion neutre, le  $\pi^0$ , qui est un mélange quantique de  $(u\bar{u})$  et  $(d\bar{d})$ .
- Une autre façon d'obtenir une particule incolore est de prendre 3 quarks, chacun d'une couleur différente ce qui donne, par exemple, un proton ou un neutron.

# Mésons et Baryons

- Donc les particules constituées de quarks et soumis à l'interaction forte sont de deux types. Soit des baryons constitués de trois quarks comme les nucléons (le proton, le neutron) ou des mésons constitués d'un quark et d'un antiquark comme le pion.
- On suppose qu'il existe des particules plus exotiques constituées par exemple de deux quarks et deux antiquarks, mais jusqu'à présent rien n'a été prouvé.
- Quand le quark apparut dans les années 60, il offrait une solution à la prolifération des centaines de particules qui avaient été produites dans les accélérateurs. Avec quelques quarks et antiquarks on peut construire un grand nombre d'états de mésons et de baryons, en utilisant les règles de construction de la mécanique quantique.



# Mésons et Baryons

Les plus importants sont ceux qui représentent les états du niveau de base (qui sont les moins massifs) des mésons et baryons.

La classification utilise la symétrie SU(3) de la mécanique quantique qui est fondée sur le principe que les trois quarks légers, u, d et s, sont sur un pied d'égalité.

Un méson  $K^+$  par exemple, est constitué d'un quark u et d'un antiquark  $\bar{s}$ , tandis qu'un méson  $\pi^+$  est constitué d'un quark u et d'un antiquark  $\bar{d}$ .

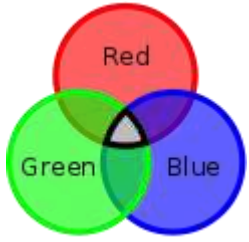
Les mésons  $\pi^0$  et  $\eta$  sont constitués de combinaisons linéaire d'états de  $(d\bar{d})$ ,  $(u\bar{u})$  et  $(s\bar{s})$ .

# Quelques notions sur la chromodynamique quantique

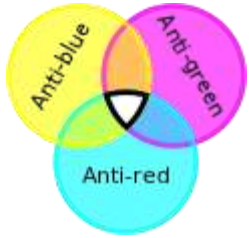
Les quarks sont liés (confinés) dans une particule, comme le proton, par l'interaction forte dont le médiateur quantique est le gluon. Il existe 3 types de charges portées par les quarks qui sont appelées arbitrairement charges de couleur. D'où le nom de la théorie QCD. Les quarks sont liés dans la particule par échange de gluons qui est le médiateur quantique de l'interaction forte.

Ces gluons échangés en permanence portent une charge et une anti-charge, ce qui permet à une paire de quarks de s'échanger leurs couleurs. C'est par ce mécanisme que les gluons lient les quarks.

A noter que les gluons, médiateurs qui portent la charge de couleur, peuvent interagir entre eux, à la différence des photons médiateurs quantiques de l'interaction électromagnétique qui ne sont pas chargés (neutres).

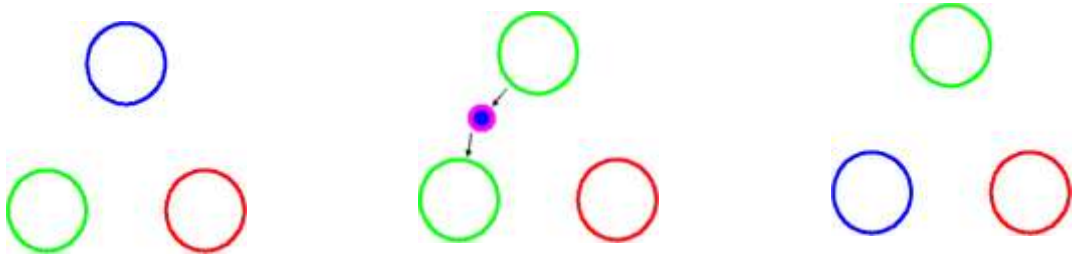


La combinaison des 3 couleurs dans une particule la rend « incolore ».

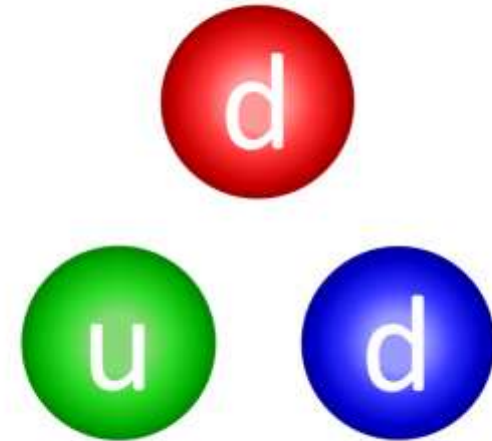


La combinaison des 3 anti-couleurs dans une particule la rend « incolore ».

Une couleur + son anti-couleur  $\rightarrow$  incolore



Permutation de couleur bleu-vert par échange de gluon bleu- anti-vert.



Animation de l'échange

# Mésons et Baryons

Des états supplémentaires sont produit par les excitations des états fondamentaux des mésons et baryons. Par exemple le proton est l'état fondamental d'un système constitué d'une combinaison de quarks  $uud$  , avec les quarks d'un moment angulaire  $l = 0$  et un spin total  $1/2$  .

Alors, il doit aussi exister un état avec les mêmes constituants mais un spin total de  $3/2$ . En fait une telle particule existe. C'est le baryon  $\Delta^+$  , qui joue un rôle important en astrophysique.

Comme il est très semblable au proton, il est facile d'exciter cet état par collision d'un proton et d'un photon. De telles interactions entre des rayons cosmiques (protons) de très haute énergie et le RFC détermine le libre parcours moyen de tels rayons cosmiques.

# Mésons et Baryons

La spectroscopie des états peut être interprétée par une simple combinatoire, avec des baryons constitués de trois quarks et des mésons constitués d'un quark et d'un antiquark.

Aujourd'hui, nous ne savons pas vraiment pourquoi, il y a trois familles de quarks et de leptons dans la nature.

La solution de cette énigme, comme d'autres, devra sans doute attendre une théorie plus complète de toutes les particules et interactions de la nature, incluant la gravitation quantique.

# Mésons et Baryons

Cette théorie aujourd'hui n'est pas faite, les spéculations nous poussent vers une théorie sous jacente appelée M-théorie, qui sous certaines conditions a des solutions qui se présentent sous forme de cordes ou d'objets de dimensions supérieures appelées D-branes .

Quand une théorie correcte sera établie, on peut espérer que ce contexte (comme le nombre de familles), charges, les masses et autres attributs sera expliqué par des propriétés géométriques dans l'espace comportant un grand nombre de dimensions correspondant au cadre naturel et formel de ces théories .