

Le modèle standard des particules et la symétrie de jauge

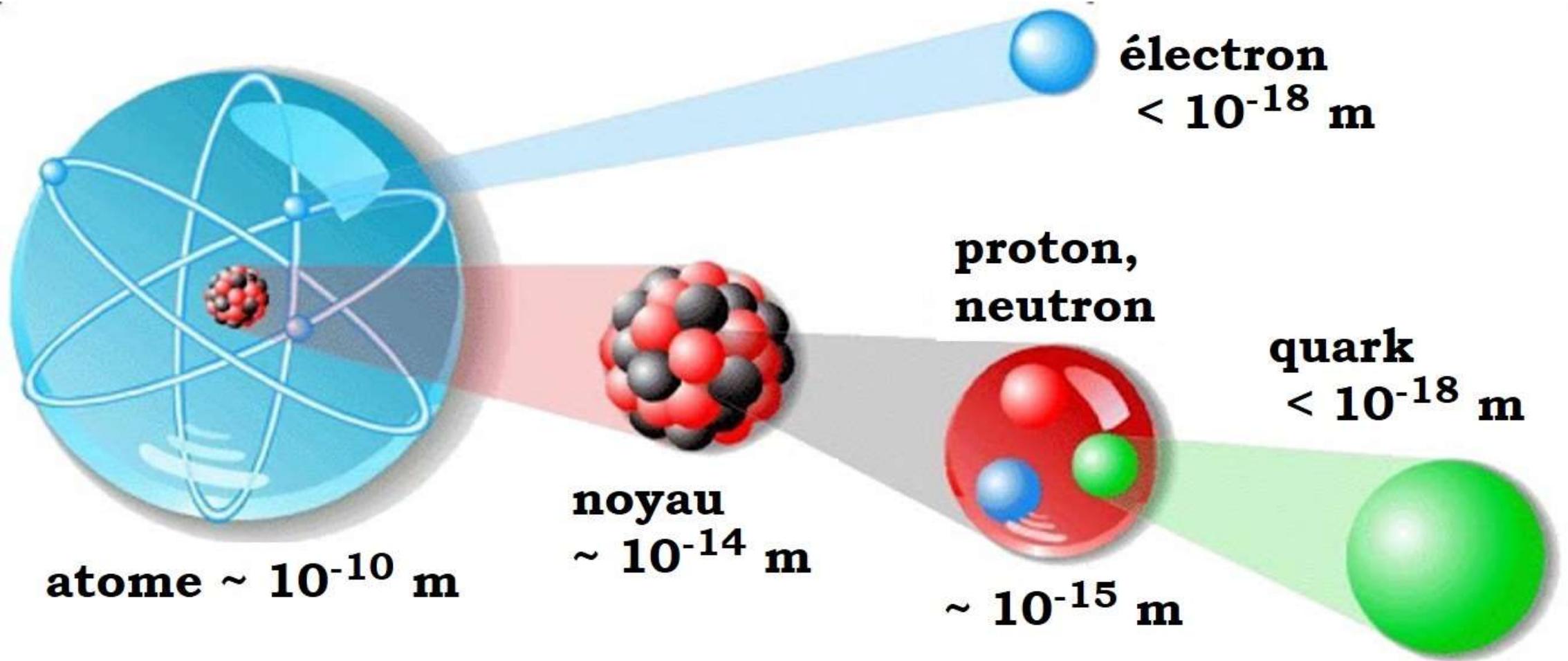
$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ & + i\bar{\psi} \not{D} \psi + \text{h.c.} \\ & + \chi_i y_{ij} \chi_j \phi + \text{h.c.} \\ & + |D_\mu \phi|^2 - V(\phi)\end{aligned}$$

Olivier LAURENT

Association d'astronomie Véga – Plaisir (78)

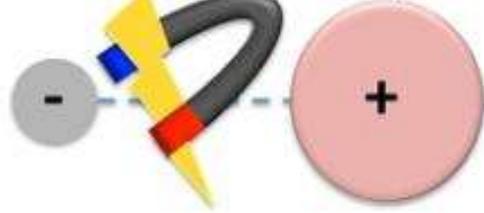
25 novembre 2023

La matière (les fermions)



Les 4 interactions fondamentales (les bosons)

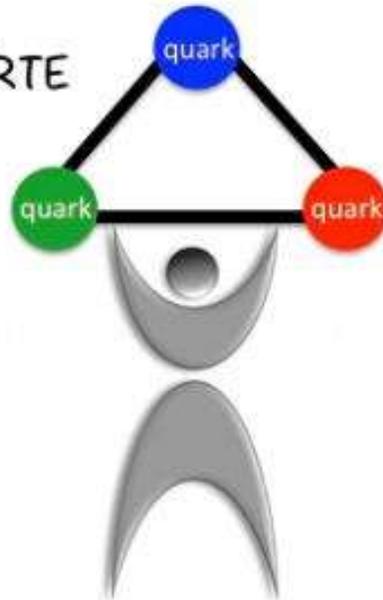
ELECTROMAGNÉTIQUE



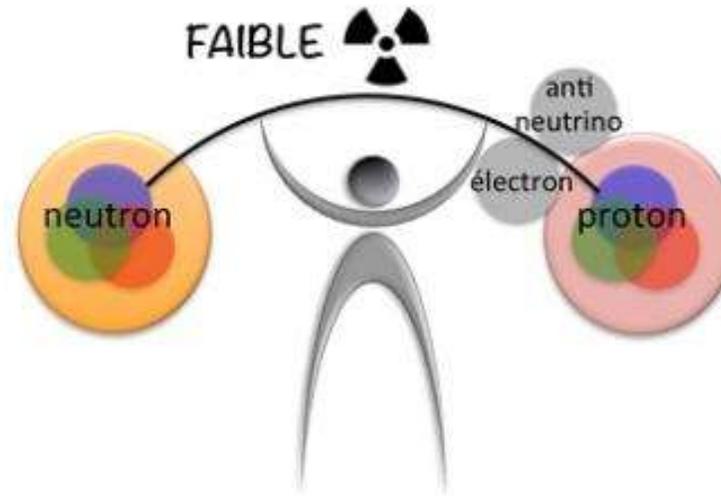
GRAVITATIONNELLE



FORTE



FAIBLE



Standard Model of Elementary Particles

		three generations of matter (fermions)			interactions / force carriers (bosons)	
		I	II	III		
QUARKS	mass	$\approx 2.2 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 1.28 \text{ GeV}/c^2$	$\approx 173.1 \text{ GeV}/c^2$	0	$\approx 124.97 \text{ GeV}/c^2$
	charge	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	0
	spin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	0
		u up	c charm	t top	g gluon	H higgs
		d down	s strange	b bottom	γ photon	
LEPTONS	mass	$\approx 0.511 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 105.66 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 1.7768 \text{ GeV}/c^2$	$\approx 91.19 \text{ GeV}/c^2$	
	charge	-1	-1	-1	0	
	spin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	
		e electron	μ muon	τ tau	Z Z boson	
		ν_e electron neutrino	ν_μ muon neutrino	ν_τ tau neutrino	W W boson	

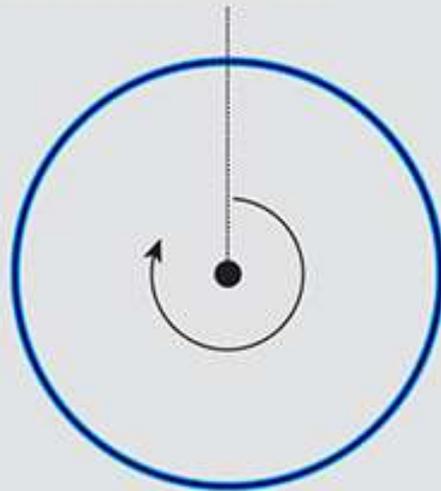
GAUGE BOSONS
VECTOR BOSONS

SCALAR BOSONS

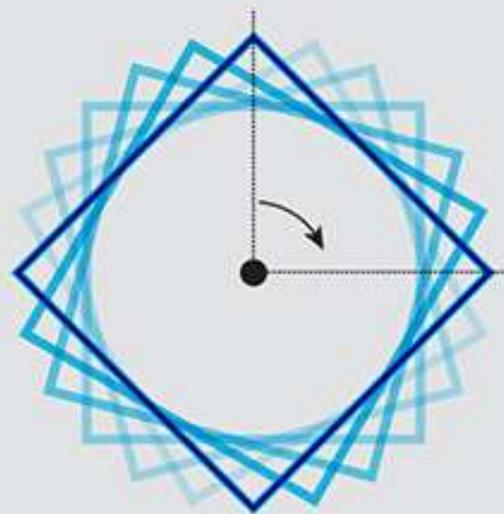
Qu'est-ce qu'une symétrie ?

En physique, la notion de symétrie est associée à la notion d'invariance. On peut faire varier un paramètre de l'objet sans changer les mesures physiques réalisées sur cet objet et son évolution dans le temps. Ce paramètre est un degré de liberté de l'objet.

SYMÉTRIE DE ROTATION



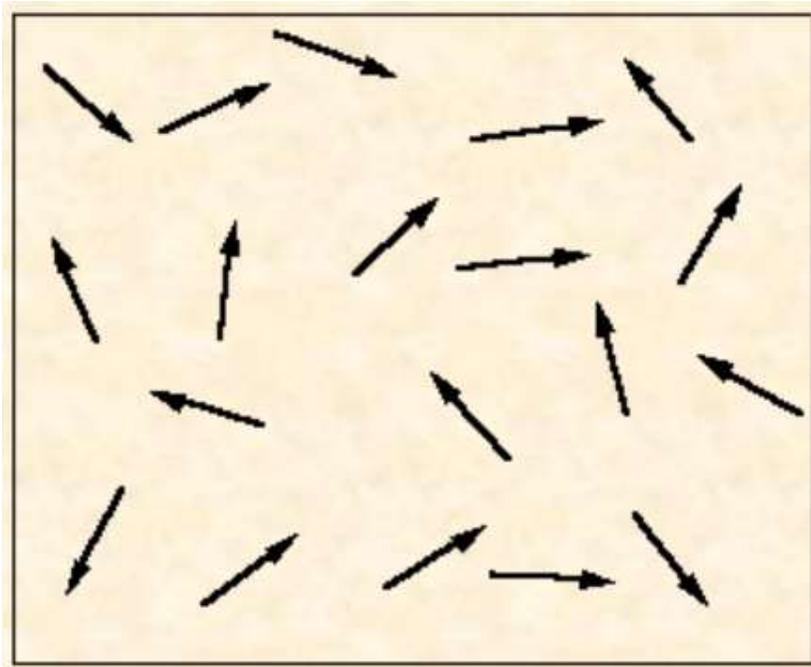
Symétrie vérifiée
pour tout angle



Symétrie partielle

Quelle est la figure la plus symétrique ?

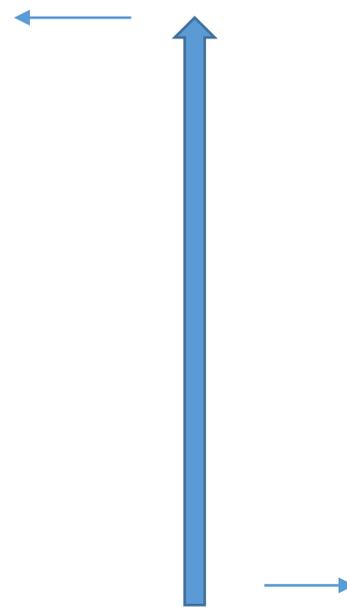
Phase paramagnétique (à haute température) : les dipôles magnétiques sont orientés de manière isotrope.
Haute température (énergie) $>$ T_{Curie}



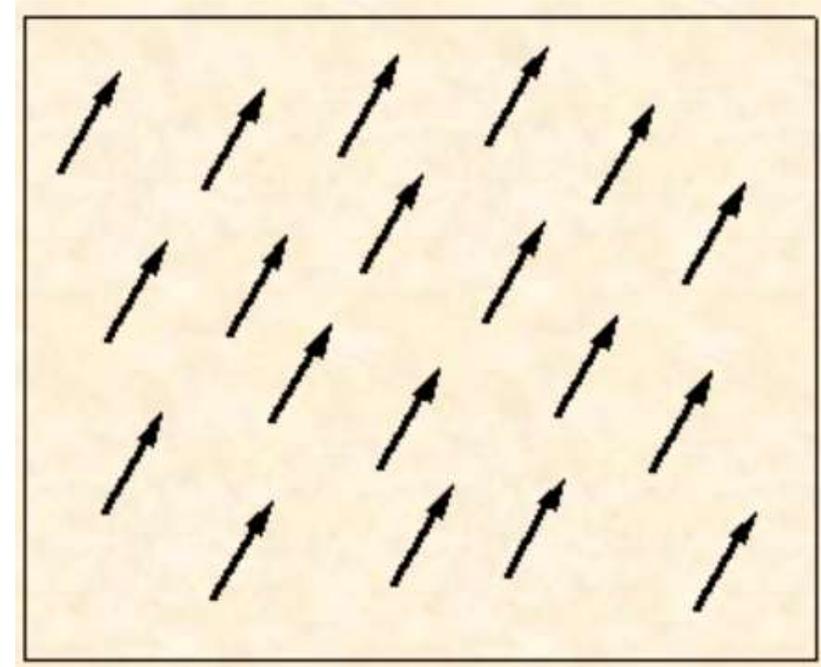
Symétrie globale sous rotation



Energie



Phase ferromagnétique (à basse température) : les dipôles magnétiques sont alignés.
Basse température (énergie) $<$ T_{Curie}



Perte de symétrie globale sous rotation
La direction des dipôles est **imprévisible** et soudaine (**spontanée**)
 \Rightarrow **Brisure spontanée de symétrie**

Symétrie externe / interne

Symétrie externe: cette symétrie agit sur l'espace et le temps dans lequel les objets physiques baignent, alors on parle de **symétrie d'espace-temps** ou symétrie externe (symétrie de **translation d'espace ou de temps, symétrie de rotation d'espace**).

Symétrie interne: cette symétrie agit sur l'objet physique comme des champs quantiques (modèle standard). Plus précisément, il s'agit de **rotation interne sur les degrés de liberté des champs** (phase (QED), couleur (QCD), isospin faible (EW)).

Symétrie

externe / interne - continue/discrète - globale/locale

Symétrie discrète: une symétrie est dite discrète lorsque l'ensemble des opérations de transformation autorisées constitue un **ensemble non continu (fini ou infini)**. Par exemple les **cristaux** possèdent le plus souvent un groupe de symétrie discret appelé groupe cristallographique.

Finie: la rotation d'un triangle équilatérale avec un angle $[0^\circ, 120^\circ, 240^\circ]$

Infinie: les nombres entiers peuvent être translatés par n'importe quel entier.

Symétrie continue: une symétrie est dite continue lorsque les paramètres qui la déterminent varient de façon **continue (compacte ou non compacte)**. C'est le cas des symétries d'espace-temps.

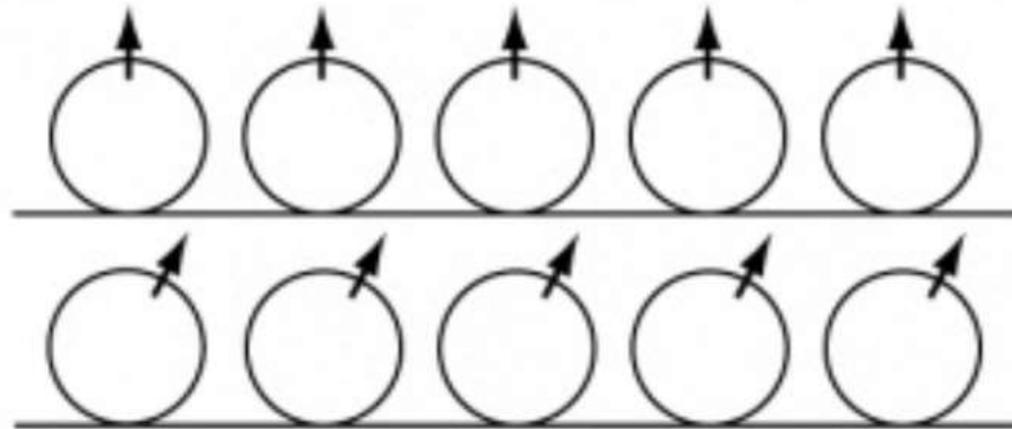
Compacte: la rotation d'un cercle avec un angle compris dans $[0, 360^\circ[$.

Non compacte: une ligne peut être translatée d'une longueur $] -\infty, +\infty[$

Symétrie globale/locale

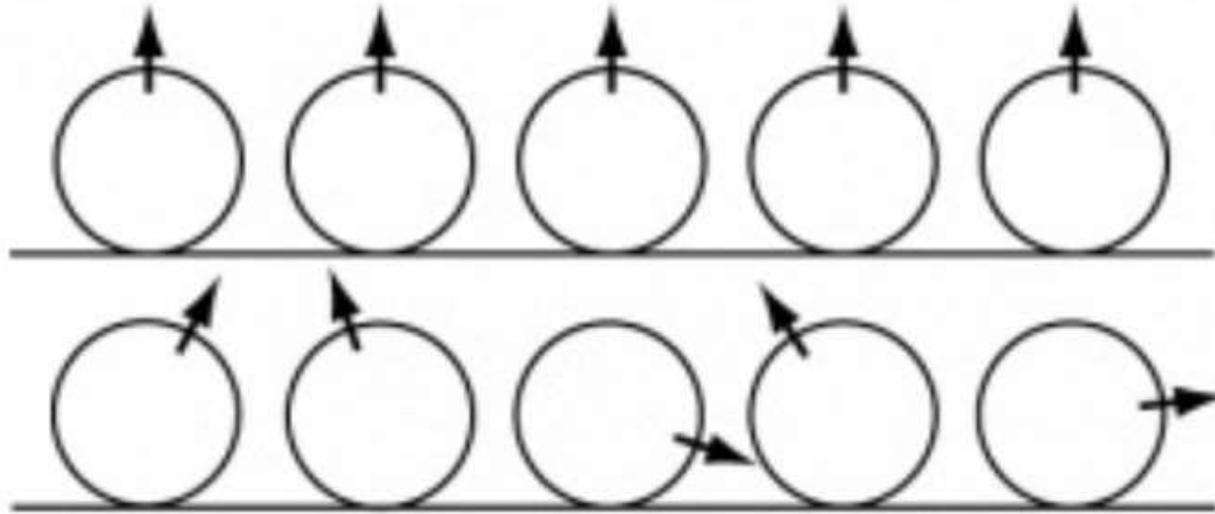
Symétrie globale: Une symétrie est globale, on dit encore **rigide**, si on effectue la même transformation en tous les points du système pour aboutir à une configuration équivalente.

Par exemple, la loi universelle de la gravitation de Newton qui s'exerce entre deux corps est inchangée lorsqu'on effectue une rotation ou une translation identique sur les deux corps. On dit donc que la loi de la gravitation universelle est invariante sous les transformations globales de rotation et de translation.



Symétrie globale/locale

Symétrie locale: Il arrive parfois qu'une théorie admette une symétrie bien plus poussée, autorisant à effectuer des **transformations *différentes* en chaque point de l'espace**.



Une **théorie de jauge** est une théorie basée sur un **groupe de symétrie locale**, appelé **groupe de jauge**, définissant une « invariance de jauge locale ». Le prototype le plus simple de théorie de jauge est **l'électrodynamique classique de Maxwell**.

Origine du terme « jauge » (en anglais gauge)

En 1918, Hermann Weyl introduit la notion de jauge et donne le premier exemple de ce que l'on appelle aujourd'hui une théorie de jauge. La théorie de la jauge de Weyl était une tentative infructueuse pour unifier le champ électromagnétique avec le champ gravitationnel en tant que propriétés géométriques de l'espace-temps en utilisant un **facteur d'échelle**.

Le terme jauge trouve son origine dans le transport ferroviaire et correspond à la **distance entre les deux rails d'une voie ferrée** (en anglais « **track gauge** »).

Plus précisément, il s'agit du nom donné à la barre métallique, ou jauge, utilisée pour garantir que la distance entre les rails est correcte.

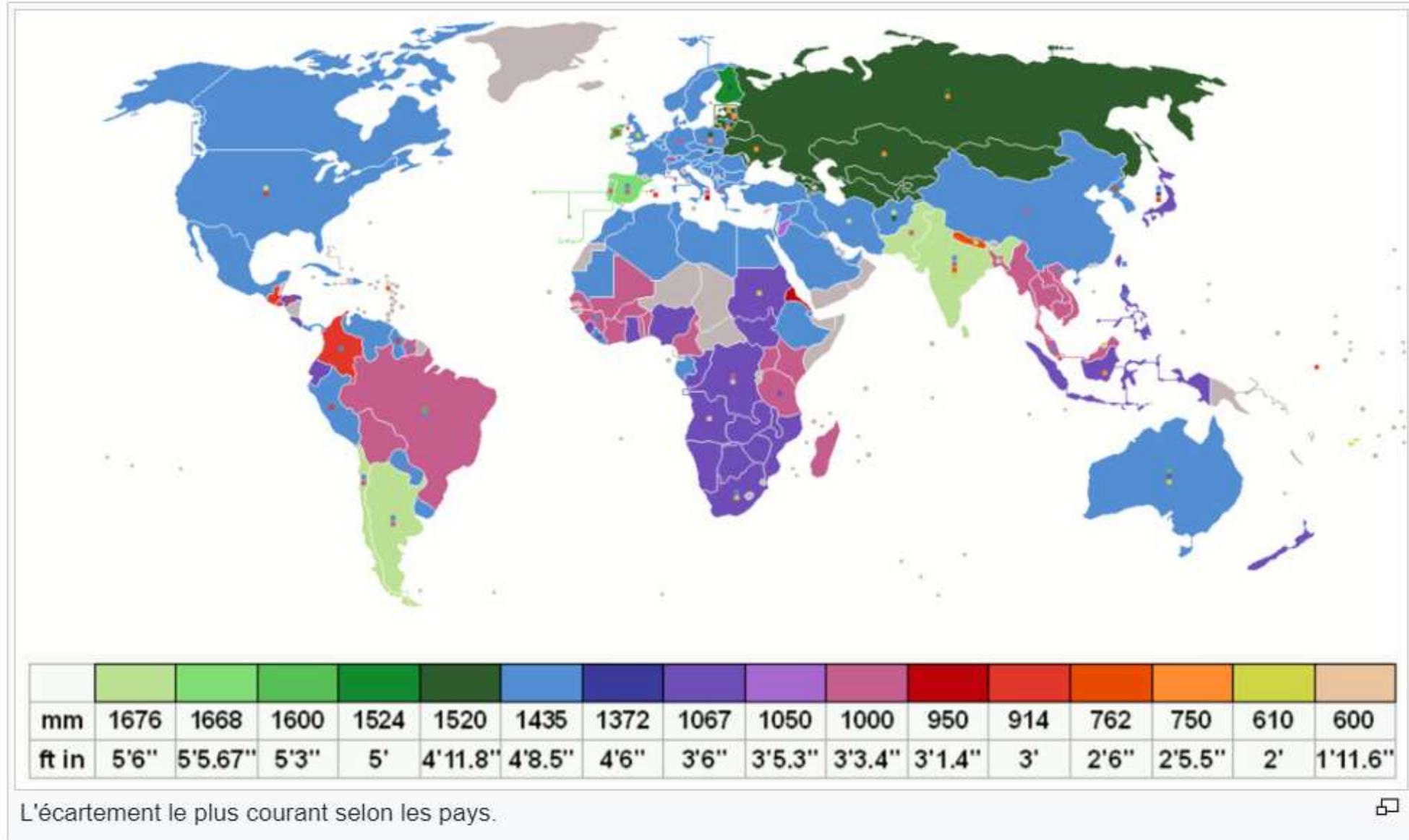
Tous les véhicules circulant sur un réseau ferroviaire doivent être équipés d'essieux compatibles avec l'écartement des voies.

Étant donné qu'il existe de nombreux écartements de voie différents dans le monde, les différences d'écartement constituent souvent un obstacle à une exploitation plus large sur les réseaux ferroviaires.

Hermann Weyl (1885 – 1955)



Les différentes jauges ferroviaires dans le monde



Symétries locales - Jauges (physique) \Leftrightarrow Groupes de symétrie (mathématique) / Groupes de Lie

Groupe de Lie	Description	Propriétés	Algèbre de Lie	Description	Dimension
$U(n)$	Groupe unitaire : matrices unitaires $n \times n$ complexes	Non simplement connexe, compact ; isomorphe à S^1 pour $n = 1$	$\mathfrak{u}(n)$	Matrices carrées complexes A vérifiant $A = -A^*$, le crochet de Lie étant le commutateur	n^2
$SU(n)$	Groupe spécial unitaire : matrices unitaires complexes $n \times n$ de déterminant 1	Simple pour $n \geq 2$; simplement connexe, compact	$\mathfrak{su}(n)$	Matrices carrées complexes de traces nulles A vérifiant $A = -A^*$, le crochet de Lie étant le commutateur	$n^2 - 1$

Le groupe unitaire $U(n)$ et spécial unitaire $SU(n)$ ont une importance particulière en physique des particules.

Le groupe unitaire **$U(1)$** est le **groupe de jauge de l'électromagnétisme** ($n=1$, 1 boson, le photon), **$SU(2)$** est le **groupe associé à l'interaction faible** ($n=2$, 3 bosons de jauge, le W^+ , W^- et Z), et **$SU(3)$** celui de **l'interaction forte** ($n=3$, 8 bosons, 8 gluons).

C'est par exemple grâce à la structure des représentations de $SU(3)$ de l'interaction forte que Gell-Mann a conjecturé l'existence des quarks.

Groupe de symétrie abélien / non-abélien (commutatif / non commutatif)

Au début de 1954, Yang et Mills ont étendu le concept de théorie de jauge des groupes abéliens (exemple l'électrodynamique quantique) aux groupes non-abéliens (non commutatifs) pour expliquer les interactions fortes.

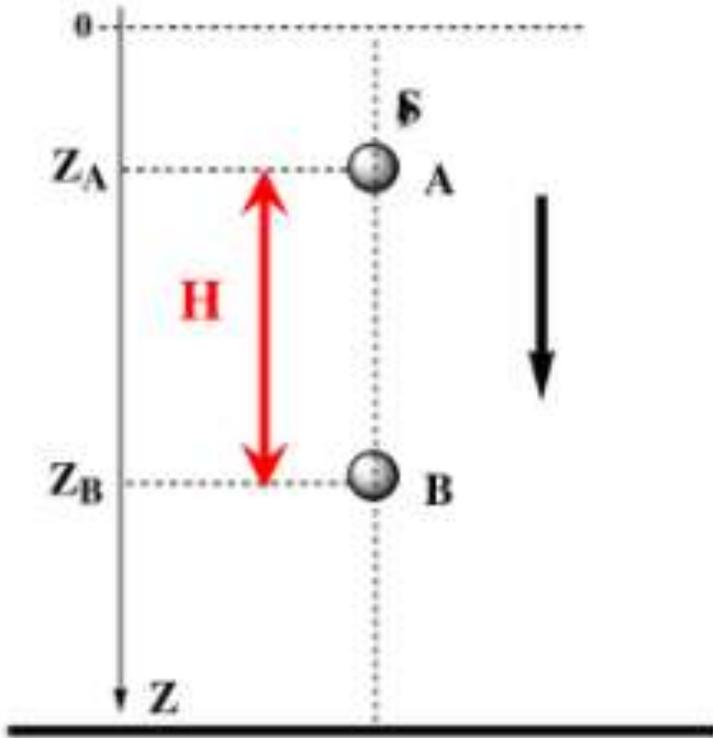
En physique mathématique, la théorie de Yang – Mills est une théorie de jauge basée sur un **groupe unitaire spécial $SU(n)$** , ou plus généralement sur tout **groupe de Lie compact**. La théorie de Yang – Mills cherche à décrire le comportement des particules élémentaires à l'aide de ces groupes de Lie non abéliens. Cette théorie est au cœur de **l'unification de la force électromagnétique et des forces faibles (c'est-à-dire $U(1) \times SU(2)$)** ainsi que de la chromodynamique quantique, la théorie de la force forte (basée sur $SU(3)$). Il constitue donc la base de notre compréhension du modèle standard de la physique des particules.

Robert Mills (1928-1999)

Chen Ning Yang (1922)



Illustration de la notion avec jauge avec la gravitationnelle Newtonienne



Dans un champ gravitationnel uniforme, la vitesse finale de chute libre entre 2 points d'altitude différente dépend de la distance entre les 2 points et cette distance (H) ne dépend pas de l'origine ($z=0$) prise pour mesurer séparément chaque altitude z_A et z_B .

$$v_B = \sqrt{2gH} = \sqrt{2g(z_A - z_B)}$$

La vitesse finale au point B ne change pas si on change l'origine de l'axe z . Il ne s'agit pas d'une vraie invariance de jauge car elle n'est pas locale, mais c'est pour illustrer le principe que le changement d'un degré de liberté (la valeur des altitudes z) peut laisser invariante le résultat physique (les 2 valeurs z doivent bien sûr changer de la même valeur).

L'électrodynamique classique de Maxwell

Symétrie locale – Première de théorie de jauge

Champ magnétique Potentiel vecteur

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$
$$\vec{E} = -\vec{\nabla} \phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

Champ électrique Potentiel scalaire

Les champs électriques et magnétiques ne changent pas si on transforme le potentiel vecteur selon les relations ci-dessous:

$$\phi \rightarrow \phi' = \phi - \frac{\partial \Lambda}{\partial t}$$
$$\vec{A} \rightarrow \vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla} \Lambda$$

Degrés de liberté

$\Lambda = \Lambda(\vec{r}, t)$ représente n'importe quelle fonction.

Parmi toutes les jauges possibles, on simplifie les équations en utilisant la **jauge de Lorenz**:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$$

Le lagrangien (1788)

Le lagrangien est une fonction qui encapsule toute la théorie décrivant l'évolution d'un système. Toutes les théories fondamentales connues peuvent être exprimées sous le formalisme lagrangien. Le Lagrangien intègre aussi toutes les lois de conservations.

Joseph-Louis Lagrange (1736 - 1813)



Le lagrangien en mécanique classique

Le lagrangien est généralement défini par la différence entre l'énergie cinétique E_c (en mécanique quantique lié à la dérivé du champ) et l'énergie potentielle E_p (en mécanique quantique lié à la valeur du champ).

Exemple d'un lagrangien pour une masse m sur un ressort de raideur $k = m\omega^2$

$$\textit{Lagrangien} = L(x(t), \dot{x}(t), t) = E_c - E_p = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 - \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$$

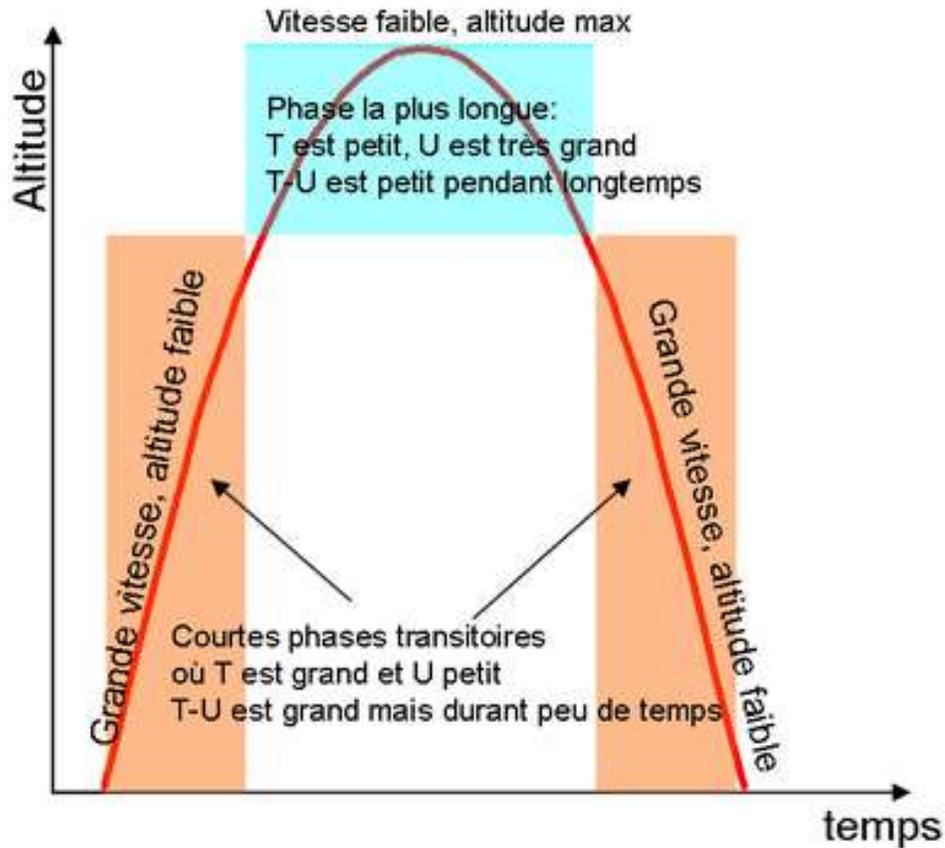
$$\textit{Action} = S = \int_{t_0}^{t_f} L dt = \int_{t_0}^{t_f} \left(\frac{1}{2}m\dot{x}(t)^2 - \frac{1}{2}m\omega^2 x(t)^2 \right) dt$$

Le lagrangien (1788)

Principe de moindre action (principe de Hamilton) : le trajet effectivement suivi par un objet entre deux points donnés est celui qui conduit à une valeur stationnaire de l'action (le plus souvent un minimum) :

$$Action = S = \int_{t_0}^{t_f} L(x(t), \dot{x}(t), t) dt$$

$$\frac{\delta S}{\delta x(t)} = 0$$



On obtient l'équation d'**Euler-Lagrange** qui permet de décrire le mouvement à partir du Lagrangien:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) = \frac{\partial L}{\partial x}$$

Si $L = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 - \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$, on obtient : $m \ddot{x} = -m \omega^2 x = F$

On retrouve Newton : $ma = F$

Symétrie ⇔ loi de conservation d'Emmy Noether

Ce théorème a été démontré en 1915 et publié en 1918 par la mathématicienne Emmy Noether à Göttingen.

Ce théorème fut qualifié par Albert Einstein de « monument de la pensée mathématique » dans une lettre envoyée à David Hilbert en vue de soutenir la carrière de la mathématicienne.

Si un système physique a une propriété de **symétrie continue**, il existe des **grandeurs physiques conservées dans le temps** (ce théorème ne s'applique qu'aux systèmes descriptibles par un **lagrangien**.)



Symétrie \Leftrightarrow loi de conservation d'Emmy Noether

Symétrie externe / d'espace-temps (globale)

Propriété du système physique	Symétrie	Invariant
Espace homogène	Invariance par translation dans l'espace	Conservation de l' impulsion
Espace isotrope	Invariance par rotation dans l'espace	Conservation du moment cinétique
Système indépendant du temps	Invariance par translation dans le temps (les lois sont les mêmes tout le temps)	Conservation de l' énergie

Symétrie interne locale

Pas de référence absolue pour la phase des particules chargées	Invariance par changement de phase	Conservation de la charge électrique
--	------------------------------------	---

La brisure de symétrie explicite / spontanée

Une symétrie est **explicitement brisée** lorsque la loi (le lagrangien) est modifiée et n'est plus invariante lorsque l'on applique la transformation devant décrire la symétrie.

⇒ Loi non invariante – solutions non invariantes

Une symétrie est **brisée spontanément** lorsque la loi (le lagrangien) est invariante sous la symétrie mais que la réalisation particulière du système (la solution) observée ne l'est pas.

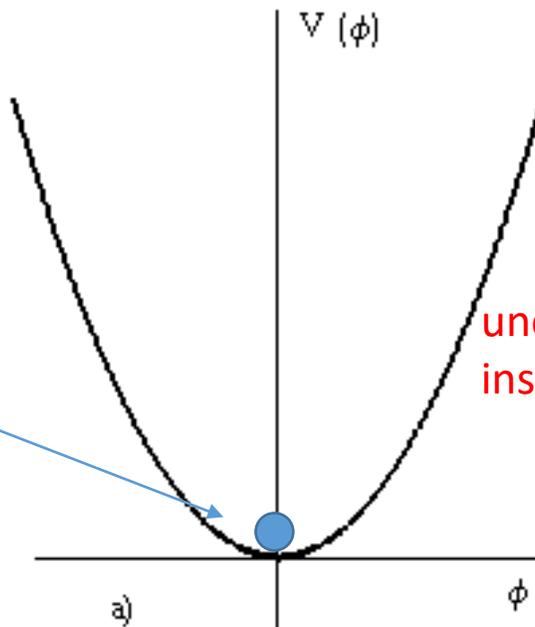
⇒ Loi invariante – solutions non invariantes

La brisure spontanée de symétrie

La nature choisit un chemin (une solution) soudainement sans que l'on puisse prédire à l'avance la direction prise si les conditions initiales sont non infiniment précises (ce qui est théoriquement toujours le cas en physique quantique et de façon expérimentale en physique classique). L'état du système n'est plus symétrique par rapport à sa loi d'évolution. La symétrie a été brisée spontanément alors que sa loi fondamentale initiale reste symétrique.

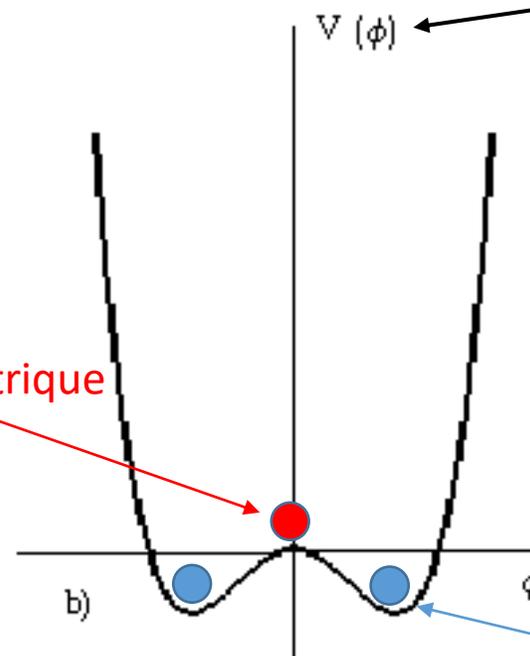
Potentiel symétrique à haute énergie

une solution stable
symétrique par rapport
à son potentiel.



une solution
instable symétrique

Potentiel symétrique à basse énergie



énergie du champ

$$V(-\phi) = V(\phi)$$

$$-\phi \neq \phi$$

valeur du champ

deux solutions stables non
symétriques

Résumé

Symétrie locale (jauge) – physique
Exemple : phase

Groupe de Lie - structure mathématique
Exemple : $U(1)$ – EM
Dimension du groupe => $n=1$; 1 boson de
jauge : photon



Loi de conservation
(Théorème de Noether)
Exemple : conservation de la charge

Le lagrangien décrivant la propagation d'un fermion (spin ½) lagrangien de Dirac avec une jauge globale

$$L = \bar{\psi}(i\hbar c\gamma^\mu \partial_\mu)\psi - mc^2\bar{\psi}\psi$$

On applique une transformation de jauge globale (indépendante des coordonnées d'espace-temps):

$$\psi \rightarrow e^{i\theta}\psi$$

Pourquoi : seul le module au carré de ψ est accessible à l'expérience : La phase via $e^{i\theta}$ n'est pas observable. L'introduction de ce facteur ne doit pas changer la physique et le lagrangien.

$$L(e^{i\theta}\psi) = e^{-i\theta}\bar{\psi}(i\hbar c\gamma^\mu \partial_\mu)(e^{i\theta}\psi) - mc^2 e^{-i\theta}\bar{\psi}e^{i\theta}\psi = L$$

L'application de la jauge globale n'a pas changé le lagrangien. On a une symétrie de jauge globale.

Le lagrangien décrivant la propagation d'un fermion (spin ½) lagrangien de Dirac avec une jauge locale

On applique une transformation de jauge locale (dépendante des coordonnées d'espace-temps):

$$\psi \rightarrow e^{i\theta(x)}\psi$$

Pourquoi : on considère que les valeurs d'un champ sont indépendantes dans tout l'espace-temps. L'introduction de ce facteur ne doit pas changer la physique et le lagrangien.

$$L(e^{i\theta}\psi) = e^{-i\theta(x)}\bar{\psi}(i\hbar c\gamma^\mu\partial_\mu)(e^{i\theta(x)}\psi) - mc^2 e^{-i\theta(x)}\bar{\psi}e^{i\theta(x)}\psi$$

$$\partial_\mu(e^{i\theta(x)}\psi) = i(\partial_\mu\theta(x))e^{i\theta(x)}\psi + e^{i\theta(x)}\partial_\mu\psi$$

L'application de la jauge locale a changé le lagrangien. Le lagrangien n'est pas invariant !!!!!

Le lagrangien décrivant la propagation d'un fermion (spin ½) lagrangien de Dirac avec une jauge locale

On veut garder l'invariance du lagrangien par application de la jauge locale.

Comment peut-on faire ?

On va créer un nouveau champ A_μ et l'ajouter au lagrangien. Ce champ de « jauge » doit aussi se transformer avec la symétrie de jauge pour rendre au final le lagrangien invariant.

Transformation de jauge liée au champ de jauge : $A_\mu \rightarrow A_\mu - \frac{\hbar c}{q} \partial_\mu \theta$

$$L = \bar{\psi} (i\hbar c \gamma^\mu \partial_\mu) \psi - mc^2 \bar{\psi} \psi - q \bar{\psi} \gamma^\mu A_\mu \psi$$

$$L = \bar{\psi} \left(i\hbar c \gamma^\mu \left(\partial_\mu + i \frac{q}{\hbar c} A_\mu \right) \right) \psi - mc^2 \bar{\psi} \psi$$

L'application de la jauge locale ne change plus le lagrangien. Le lagrangien reste invariant.

Le lagrangien décrivant la propagation d'un fermion (spin ½) lagrangien de Dirac avec une jauge locale

$$L = \bar{\psi} \left(i\hbar c \gamma^\mu \left(\partial_\mu + i \frac{q}{\hbar c} A_\mu \right) \right) \psi - mc^2 \bar{\psi} \psi$$

On va introduire la notation de dérivée covariante de jauge : $D_\mu = \left(\partial_\mu + i \frac{q}{\hbar c} A_\mu \right)$

$$L = \bar{\psi} \left(i\hbar c \gamma^\mu D_\mu \right) \psi - mc^2 \bar{\psi} \psi$$

On vient de créer un champ qui interagit avec le fermion. Le champ A_μ correspond au **potentiel vecteur relativiste du champ électromagnétique** de Maxwell produit par le fermion lui-même. Ce champ de jauge est associé à une particule de jauge : **le photon**.

Le lagrangien de Maxwell du champ électromagnétique (photon – boson de masse nulle)

$$L = -\frac{1}{4\mu_0} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + j_{\mu} A^{\mu} \text{ avec } F_{\mu\nu} = \partial_{\mu} A_{\nu} - \partial_{\nu} A_{\mu}$$

terme cinétique terme de charge tenseur électromagnétique potentiel vecteur

Le lagrangien d'un champ de jauge pour un boson massif Le lagrangien de Proca

$$L = -\frac{1}{4\mu_0} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + j_{\mu} A^{\mu} + \frac{1}{2} m^2 A^{\mu} A_{\mu}$$

terme cinétique terme de charge terme de masse (potentiel)

Les lagrangiens de Maxwell et de Proca conservent-ils la symétrie de jauge ?

On a vu que les lagrangiens ne doivent pas changer par la transformation ci-dessous:

$$\textit{Transformation de jauge liée au champ de jauge : } A_\mu \rightarrow A_\mu - \frac{\hbar c}{q} \partial_\mu \theta$$

On sait que le lagrangien de Maxwell est invariant par cette transformation de jauge mais le terme de masse du lagrangien de Proca (en rouge) n'est pas invariant.

Les bosons de jauge doivent donc nécessairement avoir une masse nulle.

Le photon a bien une masse nulle (tout va bien) mais pas les bosons de l'interaction nucléaire faible (qui doivent avoir une masse à cause de sa courte portée).

$$L = -\frac{1}{4\mu_0} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + j_\mu A^\mu + \frac{1}{2} m^2 A^\mu A_\mu$$

Les bosons de jauge de l'interaction nucléaire faible sont massifs

Comment faire pour conserver la symétrie de jauge ?

Les bosons de jauge doivent nécessairement avoir une masse nulle. Pour tout de même rendre compte de la masse des bosons nucléaires faibles ($W^{+/-}$ et Z) déduite de leur courte portée, on va ajouter un nouveau champ qui va conserver la symétrie du lagrangien.

Ce nouveau champ devra avoir une **solution non symétrique** par rapport au Lagrangien pour prendre **une valeur non nulle** dans tout l'Univers. Cette valeur non nulle doit permettre de produire un terme de **couplage avec les champs des bosons de jauge pour leur donner un terme de masse**.

Ce nouveau champ se nomme champ de Higgs avec une particule médiatrice le boson de Higgs.

Le mécanisme de Higgs

Potentiel de Higgs : $V(\phi) = -\mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda/2 (\phi^\dagger \phi)^2$
avec $\mu^2 > 0$ et $\lambda > 0$ (invariant $\phi \rightarrow e^{i\theta(x)} \phi$)

Brisure spontanée de symétrie :

Le potentiel est symétrique mais la solution est non symétrie

Condensat tachyonique:

- Masse imaginaire
- Instable
- Lié à des brisures spontanées de symétrie

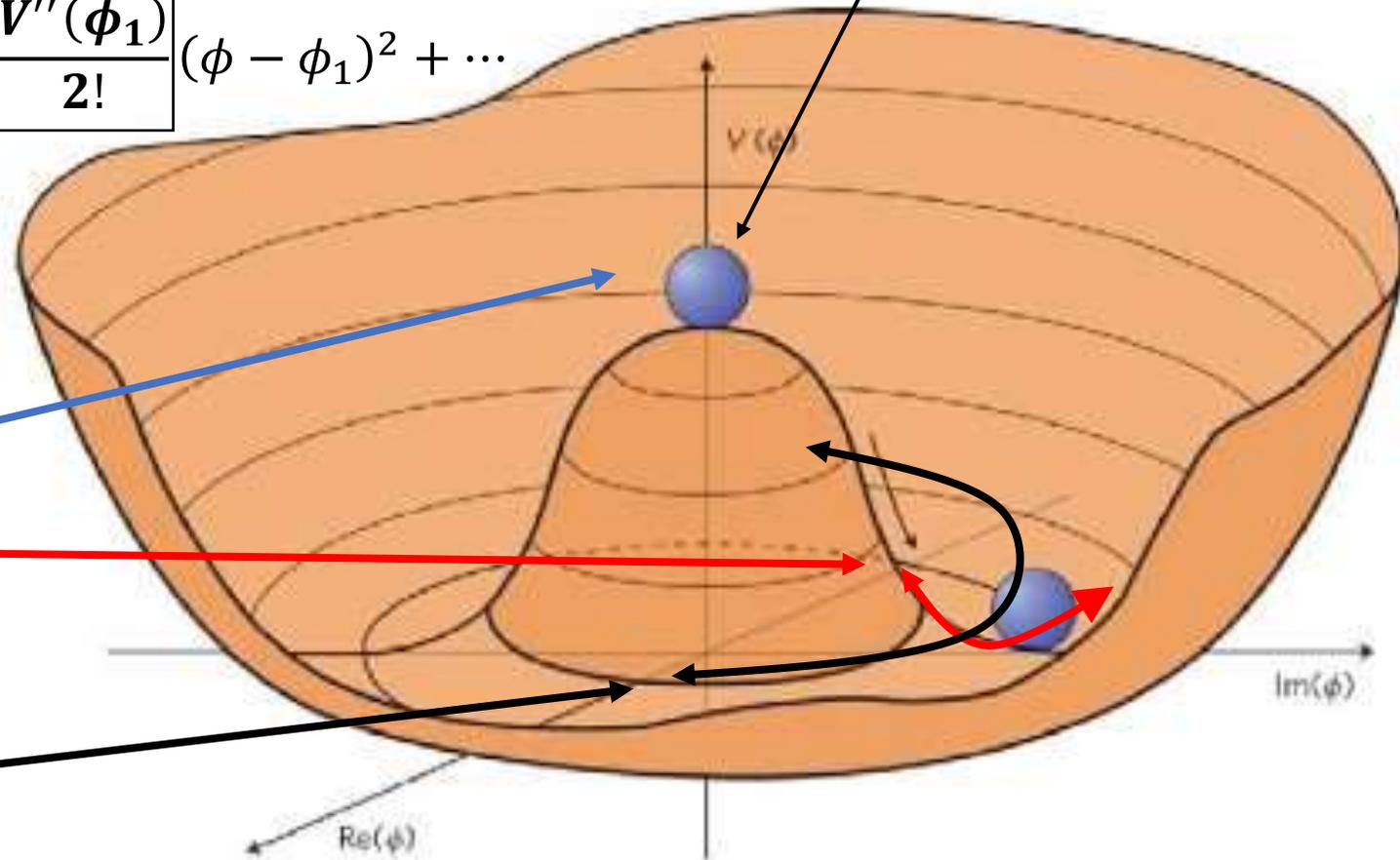
Taylor : $V(\phi) = V(\phi_1) + \frac{V'(\phi_1)}{1!} (\phi - \phi_1) + \frac{V''(\phi_1)}{2!} (\phi - \phi_1)^2 + \dots$

Terme de masse au carré lié au champ au carré

$V''(\phi_1) < 0 \Rightarrow m^2 < 0$ (champs tachyonique)
Potentiel convexe

$V''(\phi_1) > 0 \Rightarrow m^2 > 0$ (champs de Higgs)
Potentiel concave

$V''(\phi_1) = 0 \Rightarrow m^2 = 0$ (champs de Goldston)
Potentiel plat



Les 4 particules associées au champ de Higgs

Les 3 bosons de Goldstone sont « mangés » par les bosons nucléaires faibles $W^{+/-}$ et Z^0 .

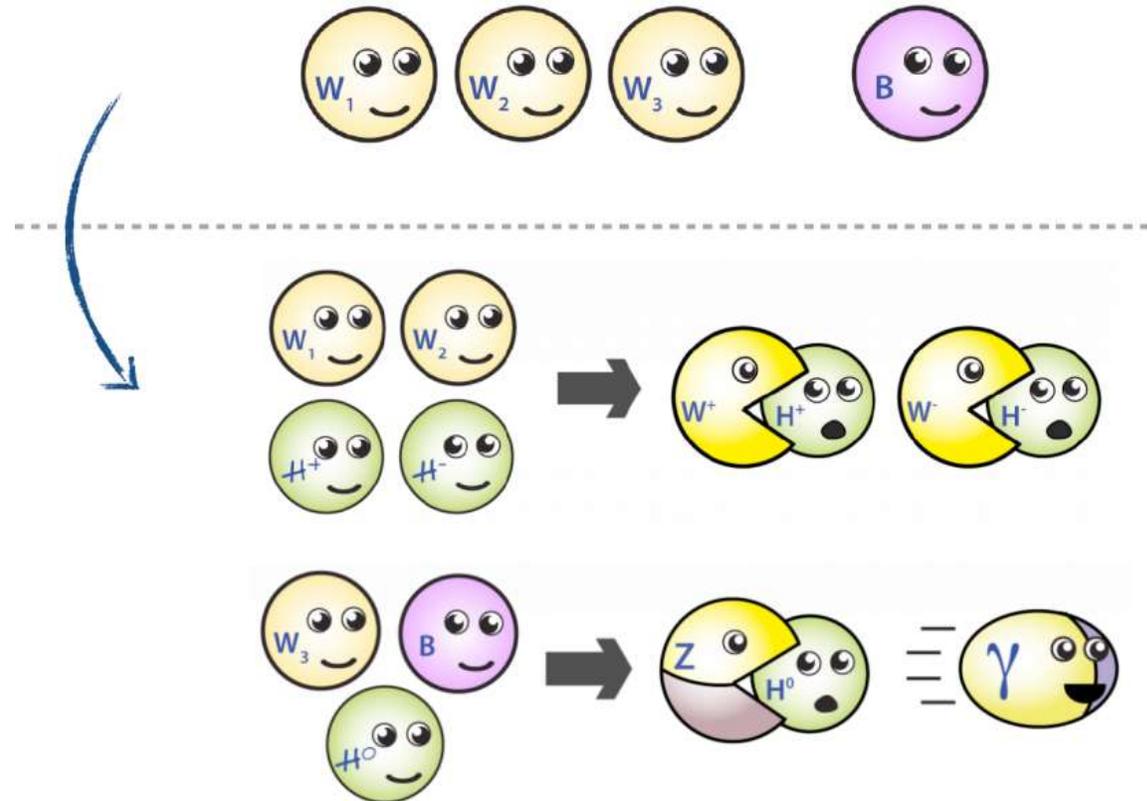
Ils forment la polarisation longitudinale de ces 3 bosons massifs.

Le boson de Higgs est responsable de la brisure de symétrie de la force électrofaible aux premiers instants de l'Univers qui transforment les 4 bosons de masses nulles en 3 bosons de masses non nulles ($Z^{+/-}$ et Z^0) et un boson de masse nulle (photon).

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix}$$

Brisure de symétrie

$$\phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$$



Le mug du modèle standard

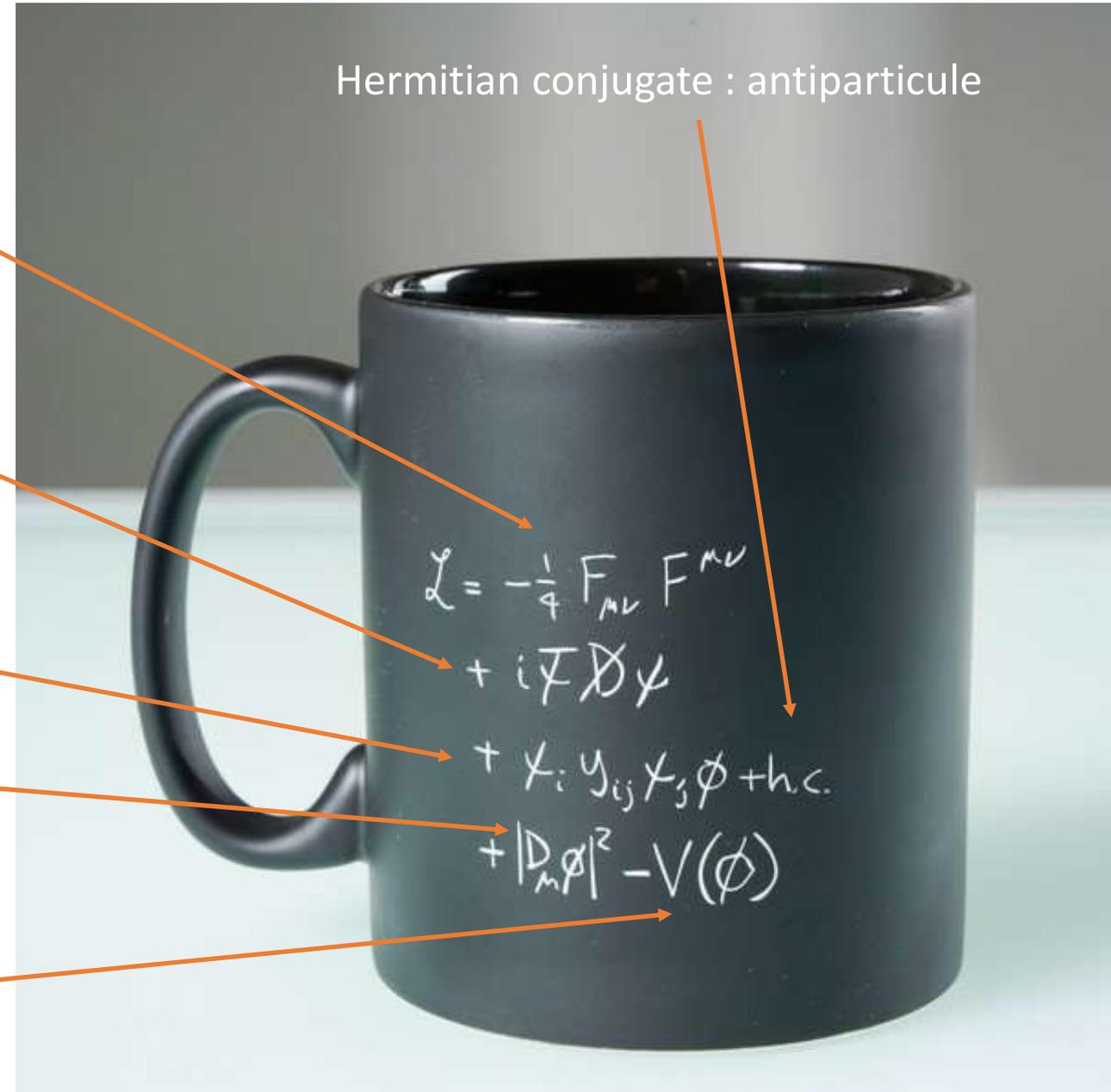
Terme cinétique : Propagation des bosons + interactions entre les bosons de jauge (gluon-gluon, weak-weak, weak-photon).

Terme cinétique : Propagation des fermions + interactions des fermions avec les bosons de jauge (gluon, weak, photon).

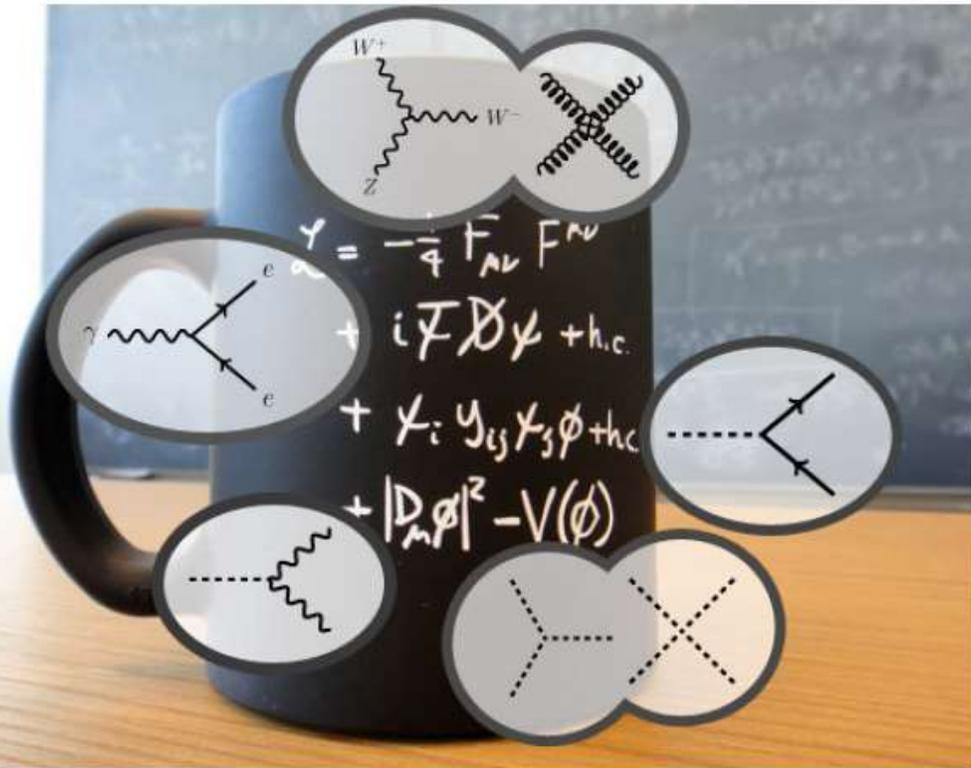
Terme potentiel : Interaction (couplage de Yukawa) entre fermions et champ de Higgs ϕ = terme de masse pour les fermions.

Terme cinétique : Propagation des bosons de Higgs + interaction entre les bosons de Higgs et les bosons faibles (masse $W^{+/-}$ et Z^0).

Terme potentiel de Higgs (chapeau mexicain) : Interaction entre Higgs, responsable de la brisure spontanée de symétrie qui permet d'avoir un champ de Higgs ϕ non nul et constant pour donner une masse stable aux particules élémentaires.



Le mug du modèle standard



$$\mathcal{L}_{EW} = \mathcal{L}_{EW}^{\text{gauge}} + \mathcal{L}_{EW}^{\text{ferm}} + \mathcal{L}_{EW}^{\text{Yukawa}} + \mathcal{L}_{EW}^{\text{scalar}}$$

$\mathcal{L}_{EW}^{\text{gauge}} \rightarrow 1^{\text{st}}$ line

$\mathcal{L}_{EW}^{\text{ferm}} \rightarrow 2^{\text{nd}}$ line

and in particular:

$\mathcal{L}_{EW}^{\text{Yukawa}} \rightarrow 3^{\text{rd}}$ line

$\mathcal{L}_{EW}^{\text{scalar}} \rightarrow 4^{\text{th}}$ line

Les différentes phases des théories de gauge

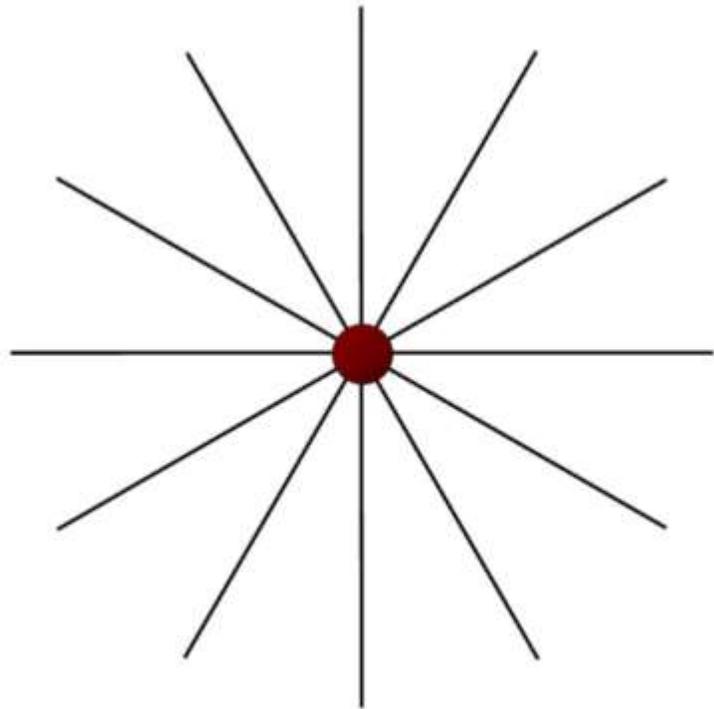
Phase de Coulomb

Interaction électromagnétique et gravitationnelle.

Photon / Graviton (masses nulles)

Force de portée **infinie** en : $\frac{1}{r^2}$

(conservation du flux).



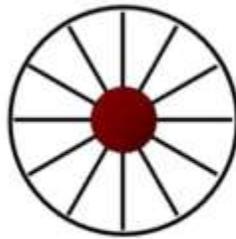
Coulomb

Phase confinée

Interaction forte

8 Gluons (masses nulles)

Force de portée finie à cause du confinement (les quarks ont des charges de couleur).



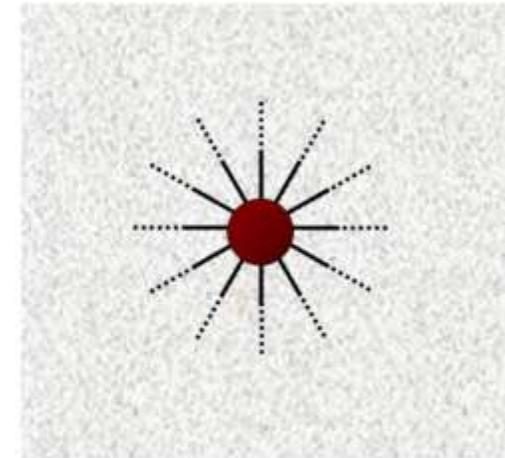
Confined

Phase de Higgs

Interaction faible :

$W^{+/-}$ et Z^0 (masses non nulles)

Force de portée finie à cause de leur forte masse.



Higgs

Le lagrangien complet du modèle standard

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{2}\partial_\nu g_\mu^a \partial_\nu g_\mu^a - g_s f^{abc} \partial_\mu g_\nu^a g_\mu^b g_\nu^c - \frac{1}{4}g_s^2 f^{abc} f^{ade} g_\mu^b g_\nu^c g_\mu^d g_\nu^e + \\
& \frac{1}{2}ig_s^2 (\bar{q}_i^\nu \gamma^\mu q_j^\nu) g_\mu^a + \bar{G}^a \partial^2 G^a + g_s f^{abc} \partial_\mu \bar{G}^a G^b g_\mu^c - \partial_\nu W_\mu^+ \partial_\nu W_\mu^- - \\
& M^2 W_\mu^+ W_\mu^- - \frac{1}{2}\partial_\nu Z_\mu^0 \partial_\nu Z_\mu^0 - \frac{1}{2c_w^2} M^2 Z_\mu^0 Z_\mu^0 - \frac{1}{2}\partial_\mu A_\nu \partial_\mu A_\nu - \frac{1}{2}\partial_\mu H \partial_\mu H - \\
& \frac{1}{2}m_h^2 H^2 - \partial_\mu \phi^+ \partial_\mu \phi^- - M^2 \phi^+ \phi^- - \frac{1}{2}\partial_\mu \phi^0 \partial_\mu \phi^0 - \frac{1}{2c_w^2} M \phi^0 \phi^0 - \beta_h \left[\frac{2M^2}{g} + \right. \\
& \left. \frac{2M}{g} H + \frac{1}{2}(H^2 + \phi^0 \phi^0 + 2\phi^+ \phi^-) \right] + \frac{2M^4}{g^2} \alpha_h - igc_w [\partial_\nu Z_\mu^0 (W_\mu^+ W_\nu^- - \\
& W_\mu^- W_\nu^+) - Z_\mu^0 (W_\mu^+ \partial_\nu W_\mu^- - W_\mu^- \partial_\nu W_\mu^+) + Z_\mu^0 (W_\mu^+ \partial_\nu W_\mu^- - \\
& W_\mu^- \partial_\nu W_\mu^+)] - ig s_w [\partial_\nu A_\mu (W_\mu^+ W_\nu^- - W_\mu^- W_\nu^+) - A_\mu (W_\mu^+ \partial_\nu W_\mu^- - \\
& W_\mu^- \partial_\nu W_\mu^+) + A_\mu (W_\nu^+ \partial_\nu W_\mu^- - W_\nu^- \partial_\nu W_\mu^+)] - \frac{1}{2}g^2 W_\mu^+ W_\mu^- W_\nu^+ W_\nu^- + \\
& \frac{1}{2}g^2 W_\mu^+ W_\nu^- W_\mu^+ W_\nu^- + g^2 c_w^2 (Z_\mu^0 W_\nu^+ Z_\mu^0 W_\nu^- - Z_\mu^0 Z_\nu^0 W_\mu^+ W_\nu^-) + \\
& g^2 s_w^2 (A_\mu W_\nu^+ A_\nu W_\mu^- - A_\mu A_\nu W_\nu^+ W_\mu^-) + g^2 s_w c_w [A_\mu Z_\nu^0 (W_\mu^+ W_\nu^- - \\
& W_\nu^+ W_\mu^-) - 2A_\mu Z_\mu^0 W_\nu^+ W_\nu^-] - g\alpha [H^3 + H\phi^0 \phi^0 + 2H\phi^+ \phi^-] - \\
& \frac{1}{8}g^2 \alpha_h [H^4 + (\phi^0)^4 + 4(\phi^+ \phi^-)^2 + 4(\phi^0)^2 \phi^+ \phi^- + 4H^2 \phi^+ \phi^- + 2(\phi^0)^2 H^2] - \\
& g M W_\mu^+ W_\mu^- H - \frac{1}{2}g \frac{M}{c_w} Z_\mu^0 Z_\mu^0 H - \frac{1}{2}ig [W_\mu^+ (\phi^0 \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^0) - \\
& W_\mu^- (\phi^0 \partial_\mu \phi^+ - \phi^+ \partial_\mu \phi^0)] + \frac{1}{2}g [W_\mu^+ (H \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu H) - W_\mu^- (H \partial_\mu \phi^+ - \\
& \phi^+ \partial_\mu H)] + \frac{1}{2}g \frac{1}{c_w} (Z_\mu^0 (H \partial_\mu \phi^0 - \phi^0 \partial_\mu H) - ig \frac{s_w^2}{c_w} M Z_\mu^0 (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) + \\
& ig s_w M A_\mu (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) - ig \frac{1-2c_w^2}{2c_w} Z_\mu^0 (\phi^+ \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^+) + \\
& ig s_w A_\mu (\phi^+ \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^+) - \frac{1}{4}g^2 W_\mu^+ W_\mu^- [H^2 + (\phi^0)^2 + 2\phi^+ \phi^-] - \\
& \frac{1}{4}g^2 \frac{1}{c_w^2} Z_\mu^0 Z_\mu^0 [H^2 + (\phi^0)^2 + 2(2s_w^2 - 1)^2 \phi^+ \phi^-] - \frac{1}{2}g^2 \frac{s_w^2}{c_w^2} Z_\mu^0 \phi^0 (W_\mu^+ \phi^- + \\
& W_\mu^- \phi^+) - \frac{1}{2}ig^2 \frac{s_w^2}{c_w^2} Z_\mu^0 H (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) + \frac{1}{2}g^2 s_w A_\mu \phi^0 (W_\mu^+ \phi^- + \\
& W_\mu^- \phi^+) + \frac{1}{2}ig^2 s_w A_\mu H (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) - g^2 \frac{s_w}{c_w} (2c_w^2 - 1) Z_\mu^0 A_\mu \phi^+ \phi^- - \\
& g^1 s_w^2 A_\mu A_\mu \phi^+ \phi^- - \bar{e}^\lambda (\gamma \partial + m_e^\lambda) e^\lambda - \bar{\nu}^\lambda \gamma \partial \nu^\lambda - \bar{u}_j^\lambda (\gamma \partial + m_u^\lambda) u_j^\lambda - \\
& \bar{d}_j^\lambda (\gamma \partial + m_d^\lambda) d_j^\lambda + ig s_w A_\mu [-(\bar{e}^\lambda \gamma^\mu e^\lambda) + \frac{2}{3}(\bar{u}_j^\lambda \gamma^\mu u_j^\lambda) - \frac{1}{3}(\bar{d}_j^\lambda \gamma^\mu d_j^\lambda)] + \\
& \frac{ig}{4c_w} Z_\mu^0 [(\bar{\nu}^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) \nu^\lambda) + (\bar{e}^\lambda \gamma^\mu (4s_w^2 - 1 - \gamma^5) e^\lambda) + (\bar{u}_j^\lambda \gamma^\mu (\frac{4}{3}s_w^2 - \\
& 1 - \gamma^5) u_j^\lambda) + (\bar{d}_j^\lambda \gamma^\mu (1 - \frac{8}{3}s_w^2 - \gamma^5) d_j^\lambda)] + \frac{ig}{2\sqrt{2}} W_\mu^+ [(\bar{\nu}^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) e^\lambda) + \\
& (\bar{u}_j^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) C_{\lambda\kappa} d_j^\kappa)] + \frac{ig}{2\sqrt{2}} W_\mu^- [(\bar{e}^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) \nu^\lambda) + (\bar{d}_j^\lambda C_{\lambda\kappa}^\dagger \gamma^\mu (1 + \\
& \gamma^5) u_j^\lambda)] + \frac{ig}{2\sqrt{2}} \frac{m_h^2}{M} [-\phi^+ (\bar{\nu}^\lambda (1 - \gamma^5) e^\lambda) + \phi^- (\bar{e}^\lambda (1 + \gamma^5) \nu^\lambda)] - \\
& \frac{g}{2} \frac{m_h^2}{M} [H (\bar{e}^\lambda e^\lambda) + i\phi^0 (\bar{e}^\lambda \gamma^5 e^\lambda)] + \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^+ [-m_d^c (\bar{u}_j^\lambda C_{\lambda\kappa} (1 - \gamma^5) d_j^\kappa) + \\
& m_u^c (\bar{u}_j^\lambda C_{\lambda\kappa} (1 + \gamma^5) d_j^\kappa)] + \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^- [m_d^c (\bar{d}_j^\lambda C_{\lambda\kappa}^\dagger (1 + \gamma^5) u_j^\kappa) - m_u^c (\bar{d}_j^\lambda C_{\lambda\kappa}^\dagger (1 - \\
& \gamma^5) u_j^\kappa)] - \frac{g}{2} \frac{m_h^2}{M} H (\bar{u}_j^\lambda u_j^\lambda) - \frac{g}{2} \frac{m_h^2}{M} H (\bar{d}_j^\lambda d_j^\lambda) + \frac{ig}{2} \frac{m_h^2}{M} \phi^0 (\bar{u}_j^\lambda \gamma^5 u_j^\lambda) - \\
& \frac{ig}{2} \frac{m_h^2}{M} \phi^0 (\bar{d}_j^\lambda \gamma^5 d_j^\lambda) + \bar{X}^+ (\partial^2 - M^2) X^+ + \bar{X}^- (\partial^2 - M^2) X^- + \bar{X}^0 (\partial^2 - \\
& \frac{M^2}{c_w^2}) X^0 + \bar{Y} \partial^2 Y + igc_w W_\mu^+ (\partial_\mu \bar{X}^0 X^- - \partial_\mu \bar{X}^+ X^0) + ig s_w W_\mu^+ (\partial_\mu \bar{Y} X^- - \\
& \partial_\mu \bar{X}^+ Y) + igc_w W_\mu^- (\partial_\mu \bar{X}^- X^0 - \partial_\mu \bar{X}^0 X^+) + ig s_w W_\mu^- (\partial_\mu \bar{X}^- Y - \\
& \partial_\mu \bar{Y} X^+) + igc_w Z_\mu^0 (\partial_\mu \bar{X}^+ X^+ - \partial_\mu \bar{X}^- X^-) + ig s_w A_\mu (\partial_\mu \bar{X}^+ X^+ - \\
& \partial_\mu \bar{X}^- X^-) - \frac{1}{2}g M [\bar{X}^+ X^+ H + \bar{X}^- X^- H + \frac{1}{c_w} \bar{X}^0 X^0 H] + \\
& \frac{1-2c_w^2}{2c_w} ig M [\bar{X}^+ X^0 \phi^- - \bar{X}^- X^0 \phi^-] + \frac{1}{2c_w} ig M [\bar{X}^0 X^- \phi^+ - \bar{X}^0 X^+ \phi^-] + \\
& ig M s_w [\bar{X}^0 X^- \phi^+ - \bar{X}^0 X^+ \phi^-] + \frac{1}{2}ig M [\bar{X}^+ X^+ \phi^0 - \bar{X}^- X^- \phi^0]
\end{aligned}$$

FIN

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ & + i\bar{\psi} \not{D} \psi + \text{h.c.} \\ & + \chi_i y_{ij} \chi_j \phi + \text{h.c.} \\ & + |D_\mu \phi|^2 - V(\phi)\end{aligned}$$