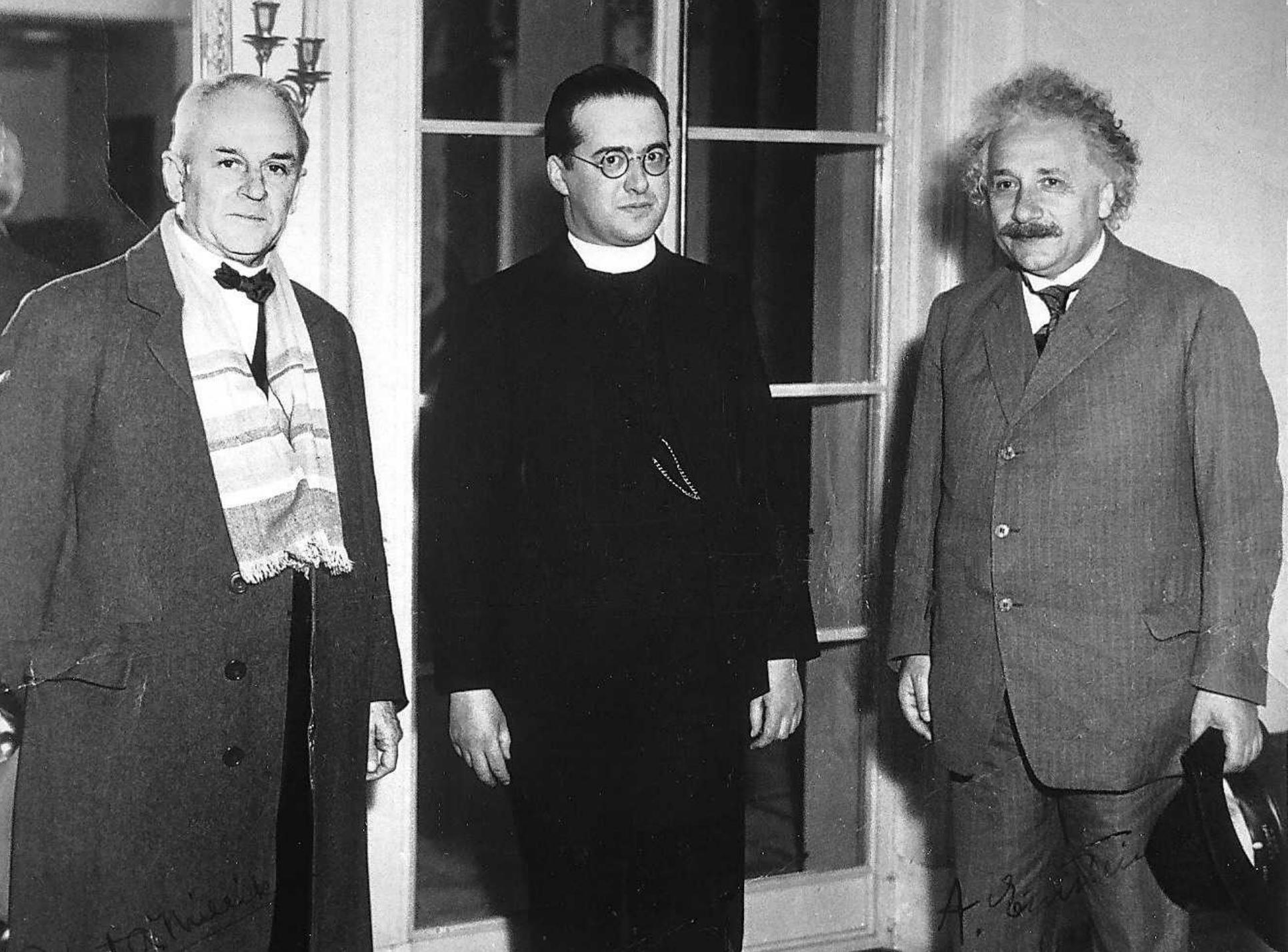


contributions de Georges LEMAÎTRE à la cosmologie





Handwritten signature of the man on the left.

Handwritten signature of Albert Einstein.

bien qu'entouré de 2 prix Nobel, LEMAÎTRE

est dans l'anonymat le plus complet auprès du Public,
et sous estimé dans la communauté des
physiciens, astrophysiciens, cosmologistes



« les notoriétés respectives de
Friedmann, Lemaître et Gamov
sont inversement proportionnelles
à l'importance de leur œuvre cosmologique !
Lemaître étant le plus mal loti des trois »

Jean-Pierre LUMINET

prix international de cosmologie Georges LEMAÎTRE
après P.J.E. PEEBLES en 1997



2 décembre 1997 prix LEMAÎTRE attribué à Jean Pierre LUMINET et Dominique LAMBERT

premier lauréat du prix
LEMAÎTRE en 1995

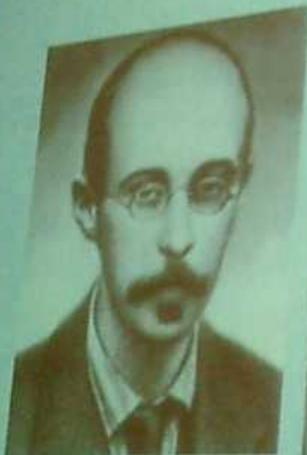
James PEEBLES
qui admirait
son œuvre cosmologique
est titulaire de la chaire
Albert Einstein à Princeton



James **Peebles**, astronome né en 1935.
université du Manitoba, université de Princeton **avec**
Robert DICK (celui de la théorie
Brans Dick sur la RG) a donné l'interprétation
cosmologique du rayonnement détecté
accidentellement en 1964 par Wilson et Penzias. ses
travaux portent sur **la formation des grandes**
structures et sur **la nucléosynthèse primordiale** et
l'abondance des éléments.
Il introduit en 1982 le modèle de
la matière sombre et froide

Jean Pierre LUMINET régulièrement
parle de Georges LEMAÎTRE

L'INVENTION DU BIG BANG



A. Friedmann
(1888-1925)



G. Lemaître
(1894-1966)



G. Gamow
(1904-1968)



EINSTEIN aussi :

« je doute que quiconque d'autre que vous ait étudié avec autant de soins les implications cosmologiques de la théorie de la relativité »



(lettre d'Einstein à Lemaître du 26 septembre 1947
traduction Luminet)

de quoi parlons nous ?

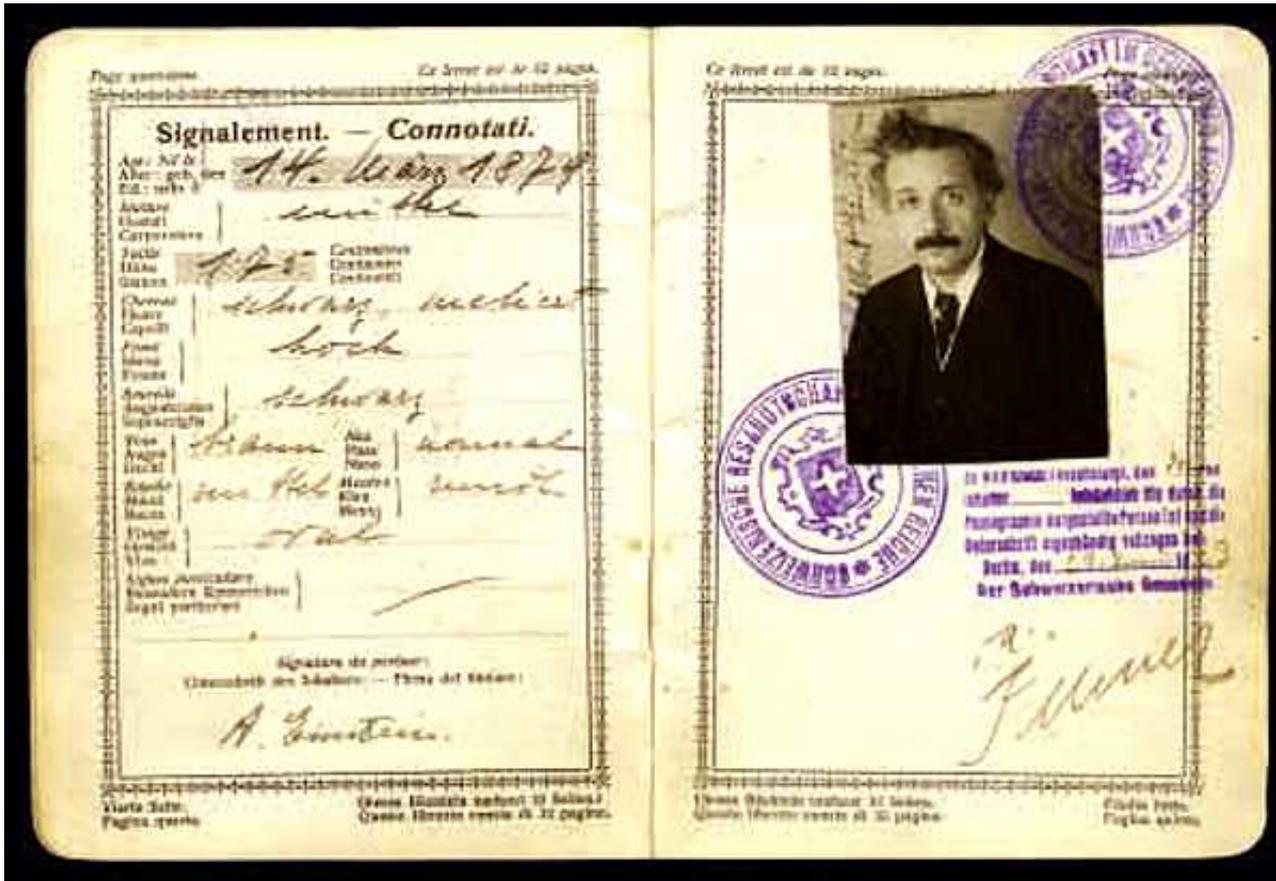
progrès en cosmologie

Einstein Hilbert équations relativité générale	1915
Schwarzschild métrique champ statique masse sphérique dans le vide	1916
Einstein premier article de cosmologie	1917
De Sitter espace statique et vide de matière	1917
Weyl unification envisagée gravitation électromagnétisme	1918
Shapley Curtis grand débat nature nébuleuses	1920

contributions LEMAÎTRE



Friedmann premier modèle Univers <u>dynamique</u>	1922	« la Physique d'Einstein »
	1924	solutions dynamique cas Univers homogène isotrope
Eddington 36 redshifts sur 41, sol De Sitter	1924	seconde métrique De Sitter
Hubble trouve M31 hors notre Galaxie fin du grand débat	1925	relation linéaire entre distance et redshift
	1927	modèle <u>Univers expansion</u> courbure et Λ positives interprétation du redshift lié à l'expansion
Robertson métrique générale de tout type d'Univers homogène	1929	



Einstein est Suisse depuis 1901, sera Américain et Suisse en 1940
 adjudant Lemaître 3ième division d'infanterie bataille de l'Yser 4 année 1914-1919
 au front lit dans les tranchées le cours d' »Electricité et Optique « de Poincaré
 captain Hubble in the 343 rd Infantry, 86th Division Flandres et occupation Allemagne
 1917 télégraphe à Hale « regret cannot accept your invitation. Am off to the war »
 lieutenant aviateur Friedmann front russe 1914-1916
 Einstein professeur à Berlin en 1914 Schwartzchild meurt en 1916 au front russe
 Eddington objecteur de conscience à Londres doit partir, retenu par Dyson

les fondations de la cosmologie (1915-2003)

progrès en cosmologie

Hubble établit expérimentalement
relation-distance redshift
mais ignore expansion

Gamov nucléosynthèse cosmologique

Alpher Bethe G abondance éléments

Alpher Herman prédiction CMB 5K°

Baade échelle distances extragalac.

Penzias Wilson Peebles découverte CMB

Guth Englebert modèle inflation

Satellite COBE

Accélération expansion observée

Satellite WMAP âge U 13.7milliards a

contributions LEMAÎTRE

1929

1930 le modèle Lemaître adopté par Eddington

1931 modèle d'Univers initialement singulier

hypothèse du quantum primitif

Φ stagnation création galaxies

prédiction rayonnement fossile

proposition origine quantique de l'Univers

1932 interprétation de l'équation de Dirac

relation densité- taux expansion

1933 occurrences singularités

1934 lien Λ – énergie du vide

1945 publication « l'atome primitif »

1946

1948 résolution problème de Störmer

transformée de Fourier rapide

1951 modèle mécanique amas galaxies

1952 problème des 3 corps

1965

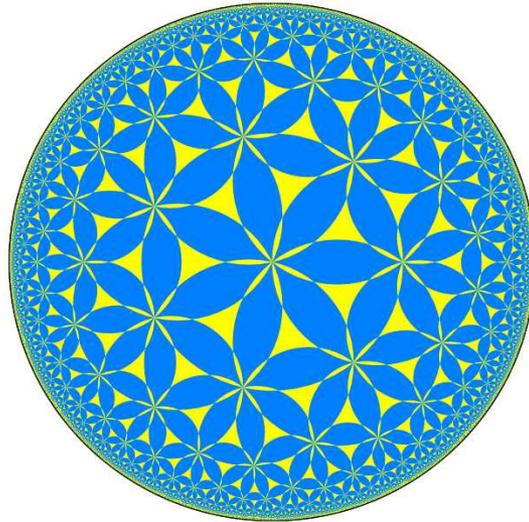
1980

1992

1998

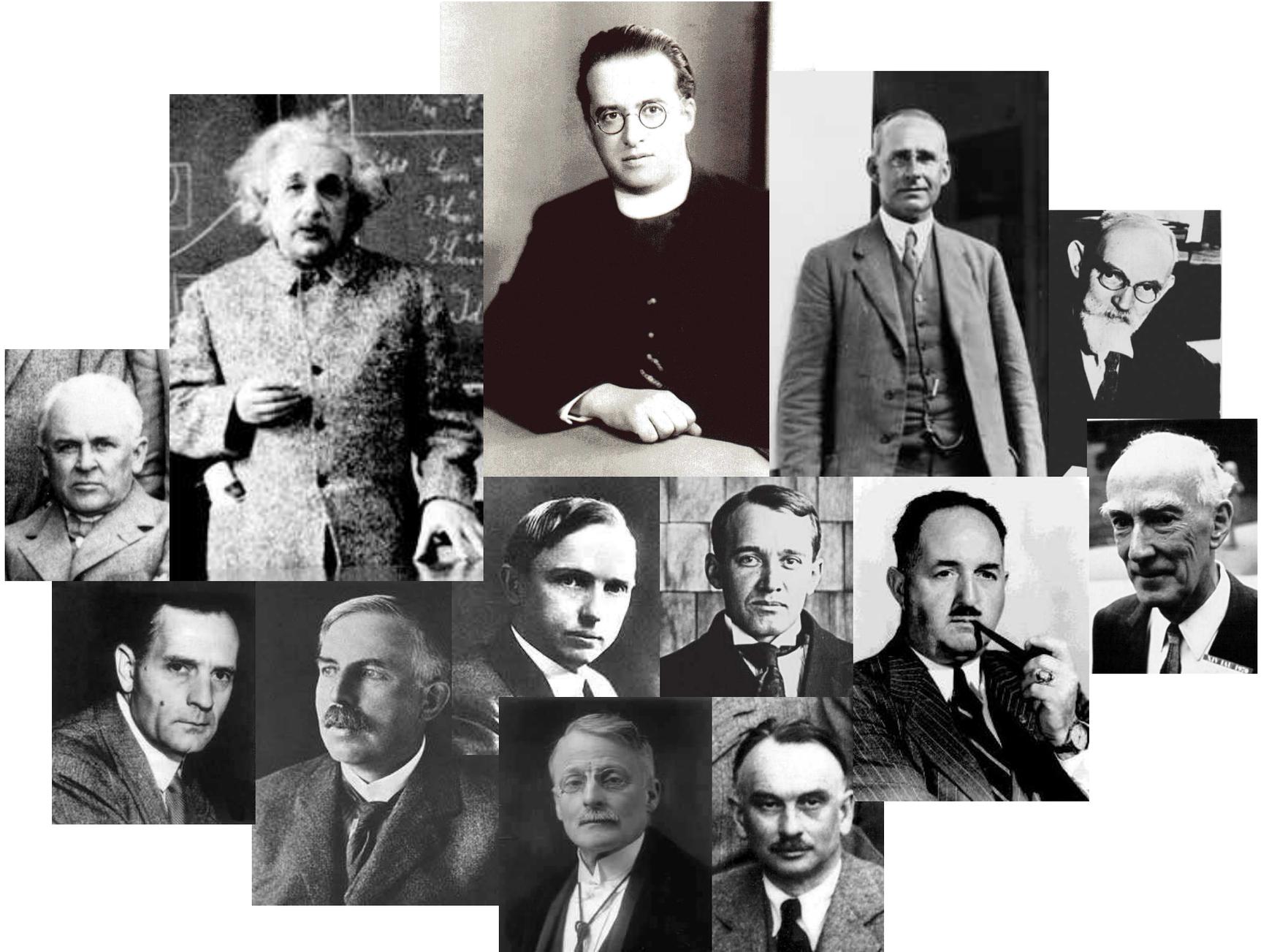
2003

LEMAÎTRE est à l'origine des fondements de la cosmologie relativiste



l'expansion de l'Univers
son origine singulière
l'existence d'un rayonnement fossile

LEMAÎTRE parle au monde scientifique des années trente



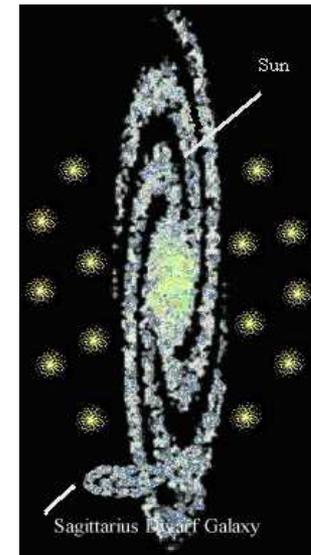
le profil idéal : double compétence

mathématicien

$$\frac{1}{A} \int \frac{1}{U^2} dx = \frac{4A^2}{A} \int \frac{1}{(x^2 + k)^2} dx = \frac{4A}{k^2} \int \frac{1}{\left(\left(\frac{x}{\sqrt{k}} \right)^2 + 1 \right)^2} dx$$

Friedmann
Penrose

astronome

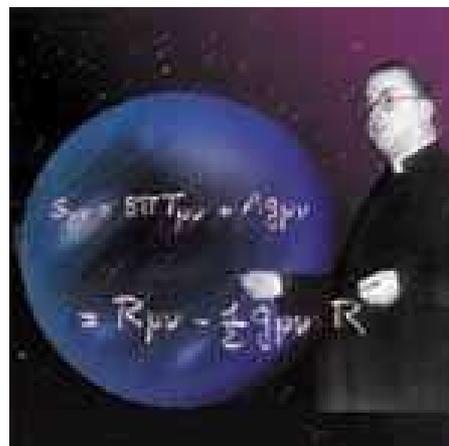


Hubble
Shapley
Slipher
Curtis
Eddington

De Sitter

= cosmologiste

Lemaître
Silberstein
Peebles
Gamov
Hoyle
Hawking



LEMAÎTRE et la SAF

5 décembre 1934 sous l'égide de la SAF
conférence à la Sorbonne sur
« l'expansion de l'Univers »
article dans « l'Astronomie » de janvier 1935

10 juin 1936 obtient de la SAF
la médaille JANSSEN

6 novembre 1949 sous l'égide de la SAF
commémoration du 2^{ième} centenaire
de la naissance de LAPLACE
conférence « LAPLACE et la mécanique céleste »

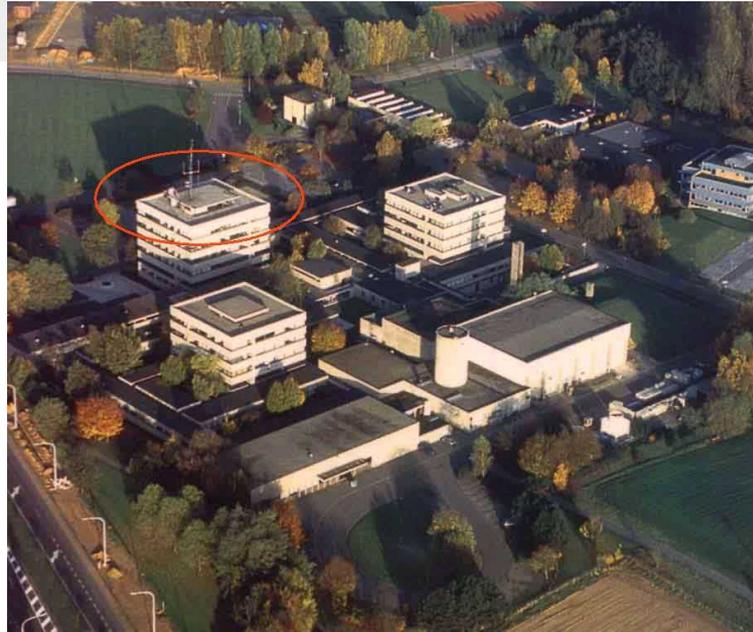
certaines photos et documents ci-après proviennent du
fond d'archives LEMAÎTRE
et sont protégés par des droits d'auteurs

UCL
Université catholique de Louvain



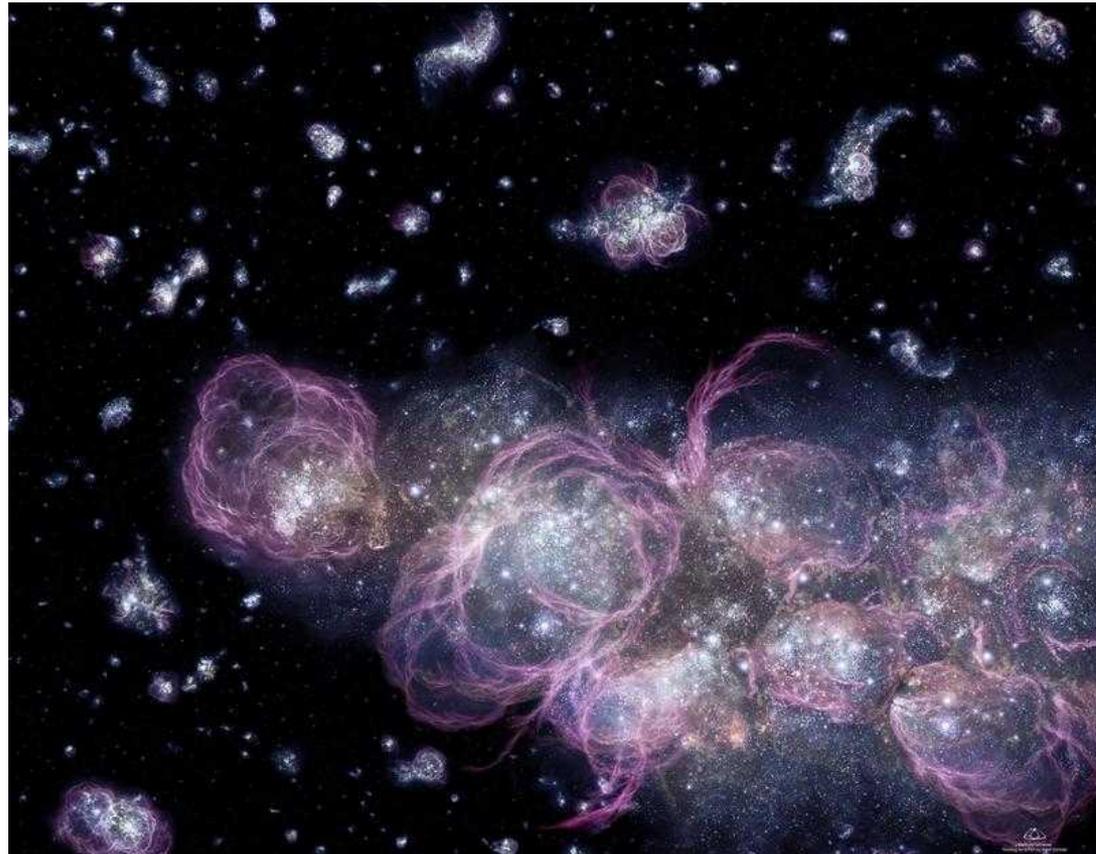
**Institut d'Astronomie et de
Géophysique G. Lemaître**

Unité ASTR - 2, Chemin du Cyclotron - B-1348 Louvain-la-Neuve - Belgique
☎ +32 (0)10 47 32 97 FAX : +32 (0)10 47 47 22



sommaire :

- 1 recherches & observations
- 2 liaison redshift-expansion
- 3 hypothèse de l'atome primitif



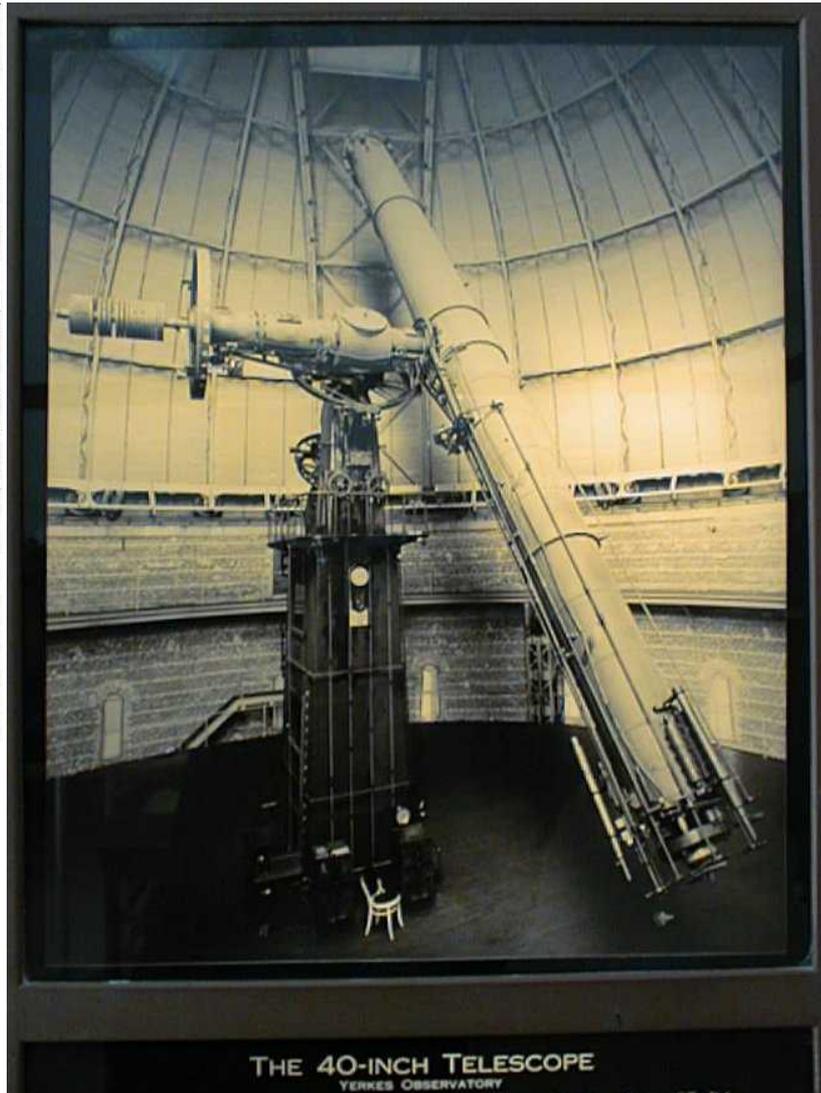
- 4 à la recherche du rayonnement fossile

1

études recherches

observations

GENERAL RELATIVITY		UNIFORM ACCELERATION $\gamma^2 = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ $ds^2 = (cd\tau)^2 = (1 + \frac{g^2}{c^2})(cdt)^2 - dl^2$ $\eta = 1 + \frac{g^2}{c^2}$	
ACCELERATED CHARGE POWER $P = \text{Invariant Larmor Formula}$		SYNCHROTRON RADIATION $\theta \sim \frac{1}{\gamma}$	
$P = \frac{2q^2}{3c^3} \ddot{\mathbf{a}} \cdot \ddot{\mathbf{a}} = P' = \frac{2q^2}{3c^3} \ddot{\mathbf{a}}' \cdot \ddot{\mathbf{a}}' = \frac{2q^2}{3c^3} (\dot{a}_\perp^2 + \dot{a}_\parallel^2) = \frac{2q^2}{3c^3} \gamma^4 (a_\perp^2 + \gamma^2 a_\parallel^2)$		$P = \frac{2}{3} \frac{q^2}{c^3} \dot{a}^2 = \frac{2}{3} \frac{1}{m^2 c^3} \beta^2 \gamma^2 e^4 B^2$ (cgs)	
$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{q^2}{4\pi c^3} \dot{\mathbf{a}} ^2 \sin^2 \Theta$	$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{q^2}{4\pi c^3} \frac{a_\perp^2 + \gamma^2 a_\parallel^2}{(1-\beta \cos \Theta)^4} \sin^2 \Theta'$	$\omega = \frac{qB}{m}$ (SI) $\omega = \frac{qB}{\gamma mc}$ (cgs)	$r = \frac{m\gamma v}{qB}$ (SI) $r = \frac{m\gamma v c}{qB}$ (cgs)
EQUIVALENCE PRINCIPLE $F = m_2 a = \frac{GMm_1 m_2}{x^2}$ $M_2 = Mg$		GRAVITATIONAL REDSHIFT $z_g = \frac{\Delta \nu}{\nu} = \frac{\nu_{emit} - \nu_{obs}}{\nu_{emit}} = \frac{\nu}{c} = \frac{gh}{c^2}$	
2D METRICS $g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$		INVARIANT INTERVAL $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$	
CARTESIAN	CYLINDRICAL	SPHERICAL	COVARIANT $\frac{dx^\mu}{dx^\nu}$
$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 \sin^2 \theta & 0 \\ 0 & 0 & r^2 \end{pmatrix}$	$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$
MINNKOWSKI METRIC 4D PSEUDO-EUCLD $g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$		CHRISTOFFEL SYMBOL (AFFINE CONNECTION) $\Gamma_{ij}^k = \frac{1}{2} g^{kl} \left[\frac{\partial g_{ik}}{\partial x^j} + \frac{\partial g_{jk}}{\partial x^i} - \frac{\partial g_{ij}}{\partial x^k} \right]$	
GEODESIC EQUATION $\frac{d^2 x^\alpha}{ds^2} + \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha \frac{dx^\beta}{ds} \frac{dx^\gamma}{ds} = 0$		$\frac{du^\alpha}{dt} = -\Gamma_{\beta\gamma}^\alpha u^\beta u^\gamma$	
COVARIANT DERIVATIVE $\frac{DA^\mu}{dx^\alpha} = A^\mu_{;\alpha} = \frac{\partial A^\mu}{\partial x^\alpha} + \Gamma_{\beta\alpha}^\mu A^\beta = A^\mu_{,\alpha} + \Gamma_{\beta\alpha}^\mu A^\beta$		DIVERGENCE $\Gamma_{\alpha\beta}^\alpha = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial \sqrt{-g}}{\partial x^\beta}$ $g_{\alpha\beta} = (\sqrt{-g} A^\alpha)_{,\alpha}$	
RIEMANN CURVATURE TENSOR $R^k_{ars} = \Gamma^k_{ar;s} - \Gamma^k_{as;r} + \Gamma^b_{ar} \Gamma^k_{sb} - \Gamma^k_{as} \Gamma^b_{rb}$		RICCI TENSOR $R_{ar} = R^k_{ars} R^s_{rk}$	
$R^a_{\beta\mu\gamma} = \frac{1}{2} g^{\alpha\sigma} [g_{\sigma\mu,\beta\gamma} - g_{\sigma\mu,\beta\gamma} + g_{\sigma\mu,\beta\gamma} - g_{\sigma\mu,\beta\gamma}]$		RICCI SCALAR $R = R^i_i$	
$R_{abcd} = g_{ae} R^e_{bcd}$		$R_{abcd} = -R_{cbad}$ $R_{abcd} = -R_{abdc}$ $R_{abcd} = R_{cdab}$ $R^a_{acd} = 0$	
EINSTEIN'S EQUATIONS $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = -\frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$		EINSTEIN'S EQ'S $g_{\mu\nu} \rightarrow T_{\mu\nu} \rightarrow R^k_{ars} \rightarrow R_{ar} \rightarrow R^a_{\mu\nu}$	
WEAK FIELD $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$		$ds^2 = (cd\tau)^2 = (1 + \frac{2\phi}{c^2})(cdt)^2 - dl^2$ $g_{00} = 1 + \frac{2\phi}{c^2}$ $h_{00} = \frac{2\phi}{c^2}$ $\eta_{00} = 1$	
Schwartzschild Metric $ds^2 = (1 - \frac{r_s}{r})(cdt)^2 - (1 - \frac{r_s}{r})^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2 = (1 - \frac{r_s}{r})(cdt)^2 - (1 - \frac{r_s}{r})^{-1} dl^2$			
SCHWARZSCHILD RADIUS $r_s = \frac{2GM}{c^2}$		$dl^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$ $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2$ $\text{Coord inat Singularity @ } r=r_s$ $\text{Physical Singularity @ } r=0$	
ROBERTSON-WALKER METRIC $ds^2 = (cdt)^2 - a(t)^2 \left(\frac{1}{1-kr} (dr^2 + r^2 d\Omega^2) \right)$		$K=0$ FLAT $K=1$ CLOSED $K=-1$ OPEN $a(t) = \text{SCALE FACTOR}$	
NEWTON'S 2nd Law Weak Field Gravity $\frac{dp^i}{dt} = \frac{1}{2} g_{\alpha\beta,\mu} p^\alpha u^\beta \approx \frac{1}{2} h_{\alpha\beta,\mu} p^\alpha u^\beta$		WEAK GRAV. LENS $\alpha_x = \frac{\Delta p_x}{p} = -2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \phi}{\partial x} dz$ $\text{SAME FOR } dy$	
BENDING OF STARLIGHT BY PT. MASS $\alpha = \frac{4GM}{cb^2}$		GRAVITATIONAL WAVE POWER $\frac{dE}{dt} = \frac{G}{5c^3} \ddot{Q}_{ij} ^2 \sim \frac{G}{c^3} \left(\frac{M}{R} \right)^2 v^6 \sim L_{CGW} \left(\frac{R_g}{R} \right)^2 \left(\frac{v}{c} \right)^6$	
BLACK HOLE TEMP $T_{BH} = \frac{h}{16\pi^2 GmK}$		$L_{CGW} = \frac{c^5}{G} = 3.63 \times 10^{57} \text{ erg/s}$ $L_{CGW} = \left(\frac{L_{intertel}}{L_{CGW}} \right)^2$ $\alpha = 1.75''$ STARLIGHT BENT BY SUN	
BLACK HOLE ENTROPY $S_{BH} = \frac{kC^3}{16\pi^2 hG}$			



des études ad hoc

- physique mathématique et astronomie

professeurs: [Alliaume](#) (dont il héritera des chaires en 1931)
De Donder correspondant de
Einstein, De Sitter, ami d'Eddington

des maths

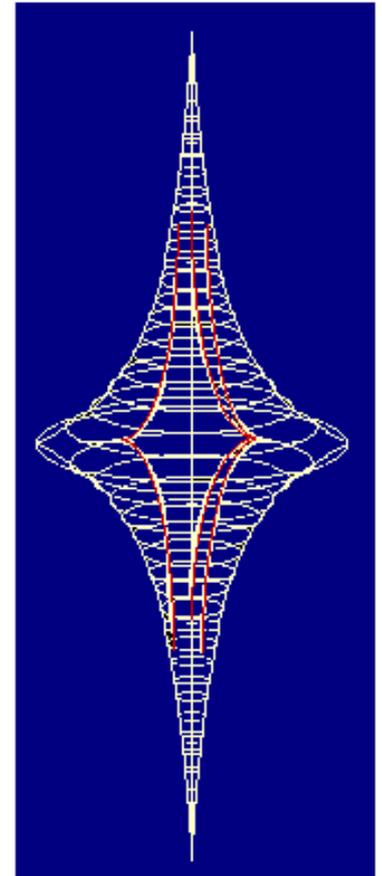
géométrie différentielle de Riemann
variété différentielle fct multiformes
un point a plusieurs images
calcul tensoriel quaternions

de l'astro

mécanique céleste de Laplace
relativités avec De Donder
astrophysique
amas céphéïdes

du calcul
numérique

approximation des fonctions
méthode Runge Kutta
intégration des équations différentielles
par itération

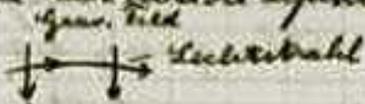


Zürich 14. I. 13.

Aus

Hoch geehrten Herr Kollege!

Eine einfache theoretische Überlegung macht die Annahme plausibel, dass Lichtstrahlen in einem Gravitationsfeld eine Deviation erfahren.



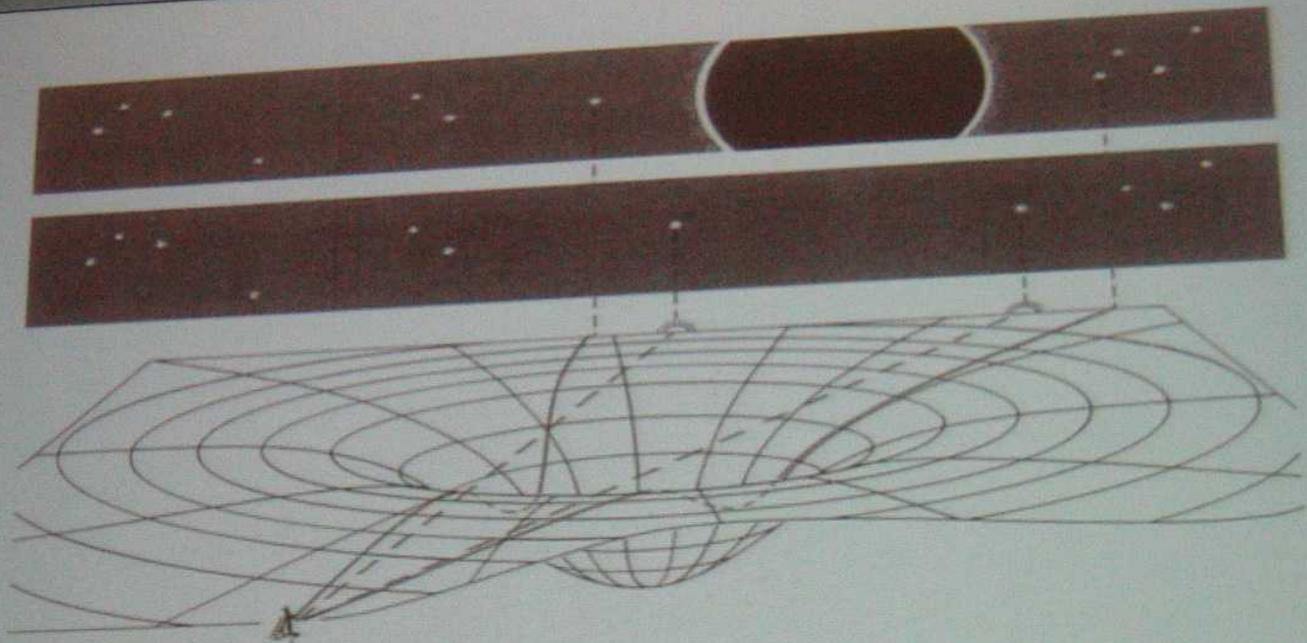
An Sonneneinde müsste diese Ablenkung $0,84''$ betragen und wie $\frac{1}{R}$ abnehmen (fluchtartig vom Sonnenmittelpunkt).
($R = \text{Sonnenradius}$)



Es wäre deshalb von grösstem Interesse, bis zu wie grosser Sonnenhöhe gewisse Fixsterne bei Anwendung der stärksten Vergrösserungen bei Tage (ohne Sonnenfinsternis) gesehen werden können.

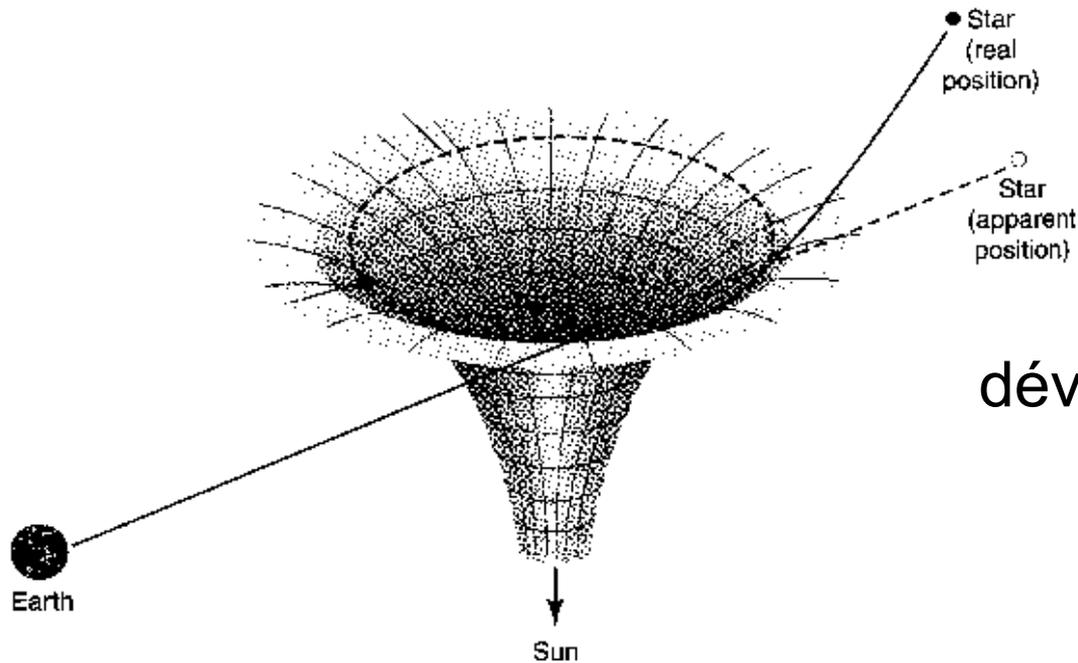
l'éclipse de 1919
pour Lemaître : le déclin

lettre d'Einstein à Hale,
directeur de l'Observatoire du Mont Wilson



- Courbure = Energie-matière + Terme Cosmologique

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu}$$



déviations calculées :
1,75''

3.9. Métrique de Schwarzschild

On cherche une solution des équations d'Einstein qui soit stationnaire et isotrope dans le vide au voisinage d'une masse M (cette masse peut être ponctuelle, ou à symétrie sphérique). On peut montrer que la seule solution est donnée de façon simple évidemment en coordonnées sphériques selon (Schwarzschild 1916) :

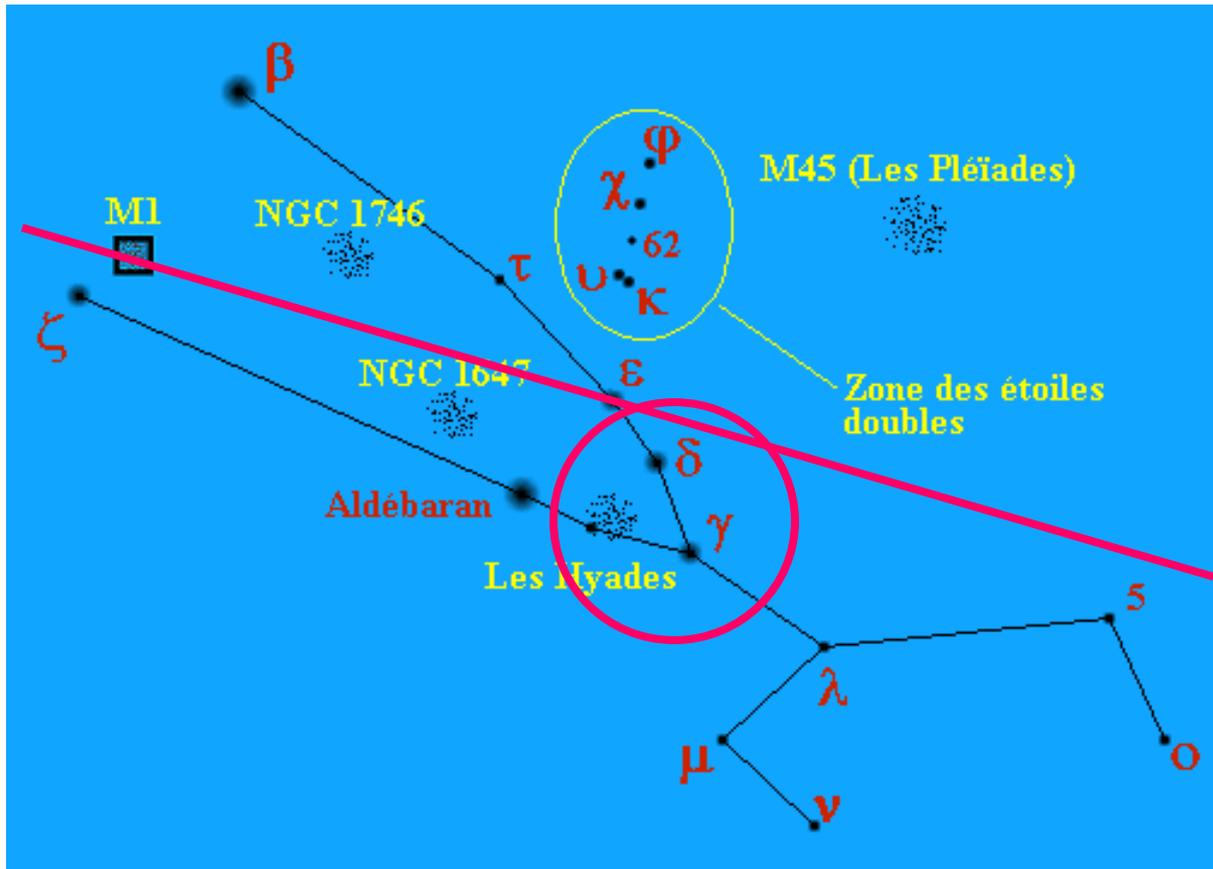
$$(3.9.1) \quad ds^2 = \left[1 - \frac{2GM}{r}\right] dt^2 - \left[1 - \frac{2GM}{r}\right]^{-1} dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\phi^2.$$

En développant les géodésiques (Eq. 3.4.2) dans cette métrique, on peut montrer que les rayons lumineux venant de l'infini sont déviés lorsqu'ils passent au voisinage (à la distance R) de la masse M par un angle total de :

$$(3.9.2) \quad \alpha = \frac{4MG}{c^2 R} = 1.75'' \left(\frac{M}{M_\odot}\right) \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^{-1}.$$

il faut trouver un amas ouvert grand champ près de l'écliptique

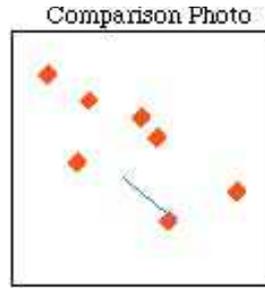
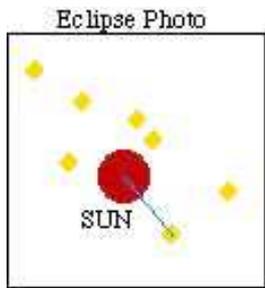
l'amas ouvert des HYADES



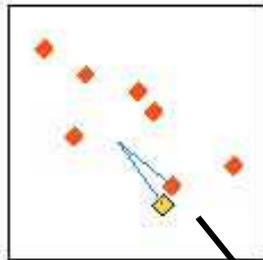
l'amas comprend environ 140 étoiles, 15 de magnitude 5 6
sa distance est estimée à 149 années de lumière.
très proche de notre système solaire,
il sert de référence pour l'étude d'autres amas
son âge est estimé 600 millions d'années



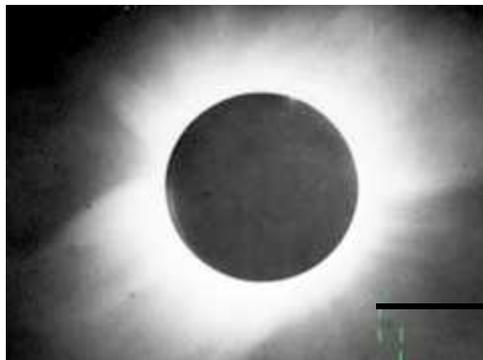
superposition des plaques photo avant et pendant l'éclipse



Compare the two photos,
with necessary adjustments



Measure the displacement
for each star



déviati on calculée = 1.75 "

mai 1919
expédition Eddington-Crommelin
au Brésil et à l'île de Principe

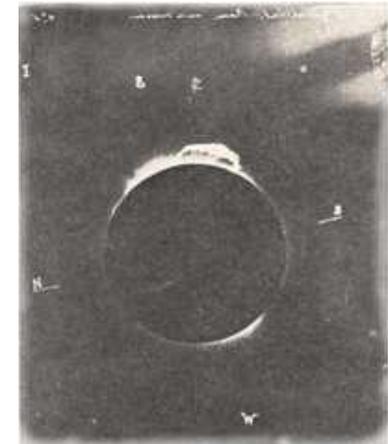
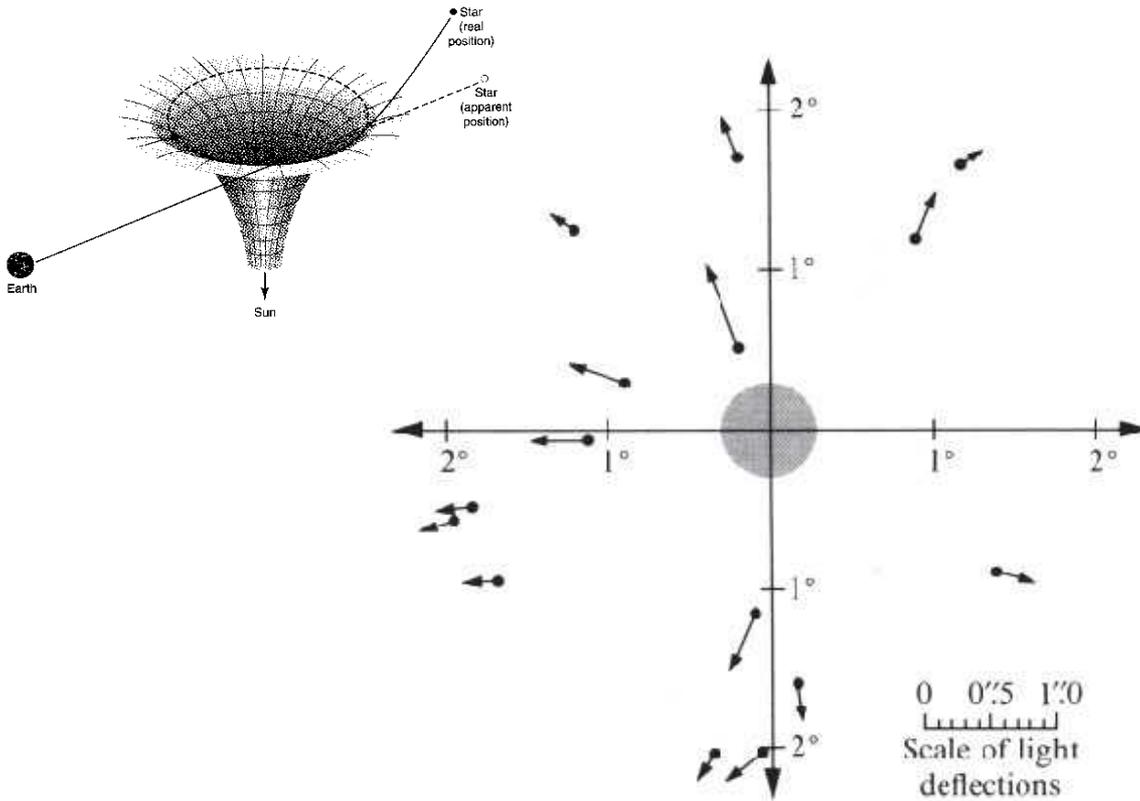




SOBRAL (Brésil)

le monument à l'espace courbe !

le 29 mai 1919
les HYADES sont
près de l'écliptique à 12 h07



14 déviations dans
toutes les directions

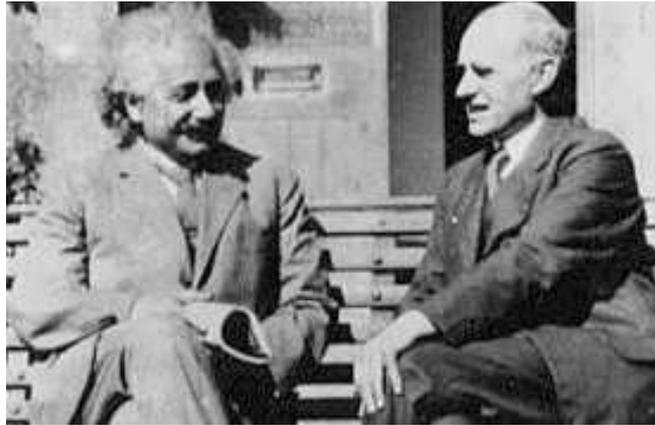
les déviations sont de $1'98 \pm 0.12$ pour Sobral et $1'61 \pm 0.3$ pour Principe.

REVOLUTION IN SCIENCE.

NEW THEORY OF THE UNIVERSE.

NEWTONIAN IDEAS OVERTHROWN.

Yesterday afternoon in the rooms of the Royal Society, at a joint session of the Royal and Astronomical Societies, the results obtained by British observers of the total solar eclipse of May 29 were discussed.



le 6 novembre 1919 à Londres, sir Joseph John Thomson.

» Après une étude soigneuse des plaques, je suis prêt à déclarer qu'il n'y a aucun doute qu'elles confirment les prédictions d'Einstein.

Un résultat tout à fait certain a été obtenu selon lequel la lumière est défléchie en accord avec la loi de gravitation d'Einstein ».

(Join Eclipse Meeting 6 nov 1919 p.391).

le Times de Londres titra le 7 novembre, page 12, « Révolution scientifique : les idées de Newton détrônées », puis « l'espace est tordu ».

le 9 novembre le New York Times titra :
« Triomphe de la théorie d' Einstein :
les étoiles ne sont pas là on l'on croit, mais inutile de s'inquiéter ... ».

* * *

LIGHTS ALL ASKEW IN THE HEAVENS

Men of Science More or Less
Agog Over Results of Eclipse
Observations.

EINSTEIN THEORY TRIUMPHS

Stars Not Where They Seemed
or Were Calculated to be,
but Nobody Need Worry.

A BOOK FOR 12 WISE MEN

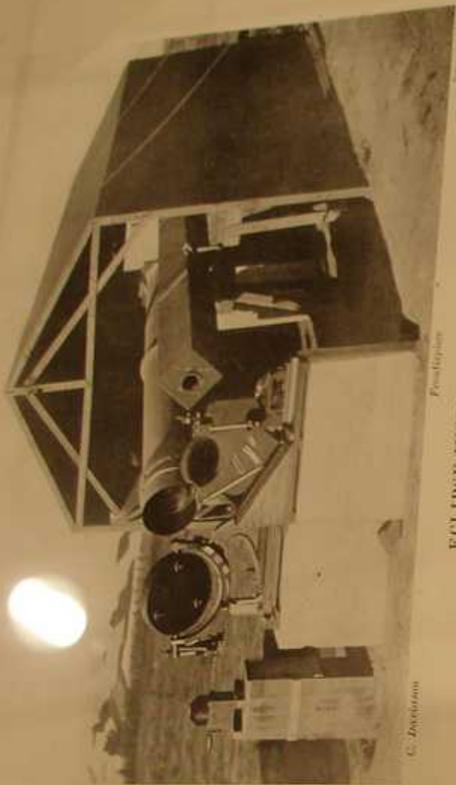
No More in All the World Could
Comprehend It, Said Einstein When
His Daring Publishers Accepted It.

Special Cable to THE NEW YORK TIMES.

LONDON, Nov. 9.—Efforts made to put in words intelligible to the non-scientific public the Einstein theory of light proved by the eclipse expedition so far have not been very successful. The new theory was discussed at a recent meeting of the Royal Society and Royal Astronomical Society, Sir Joseph Thomson, President of the Royal Society, declares it is not possible to put Einstein's theory into really intelligible words, yet at the same time Thomson adds:

"The results of the eclipse expedition demonstrating that the rays of light from the stars are bent or deflected from their normal course by other aerial bodies acting upon them and consequently the inference that light has weight form a most important contribution to the laws of gravity given us since Newton laid down his principles."

Thompson states that the difference between theories of Newton and those of Einstein are infinitesimal in a popular sense, and as they are purely mathematical and can only be expressed in strictly scientific terms it is useless to endeavor to detail them for the man in the street.



ECLIPSE INSTRUMENTS AT SOBRAL

SPACE TIME AND GRAVITATION

AN OUTLINE OF THE GENERAL
RELATIVITY THEORY

BY

S. EDDINGTON, M.A., M.Sc., F.R.S.

LUMIAN PROFESSOR OF ASTRONOMY AND EXPERIMENTAL
PHILOSOPHY, CAMBRIDGE

CAMBRIDGE
AT THE UNIVERSITY PRESS
1921

auteur: Arthur St
titel: Space Time
publicatiejaar:
plaats van uitgave:
tekst:
Arthur Stanley E
volle betekenis v
expeditie naar h
Zo kon hij aant
zwaartekracht v
relativiteitstheor
Op de foto in he
telescopen en es
weerkaatst.



1920 thèse de doctorat en mathématiques

directeur: Charles de la Vallée Poussin

démonstration de la conjecture de Riemann
sur les 0 de la fonction ζ

$$\sum_{p=1}^n \frac{1}{p^s} = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \dots + \frac{1}{n^s} < 1 + \int_1^n \frac{1}{x^s} dx = \frac{n^{1-s} - s}{1-s}$$

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$$

ces séries convergent pour $s > 1$ et divergent sinon

lorsque la partie réelle de s est entre 0 et 1 les zéros de $\zeta(s)$ ont tous $\frac{1}{2}$ pour partie réelle

copie blanche de Lemaître (théorème de Pythagore !) en 2000 1.000.000\$ de récompense

théorème de La Vallée Poussin:

approximation des fonctions $f(x)$ d'une variable réelle

(méthode de Weierstrass et Landau)

polynômes convergent uniformément vers $f(x)$:

intégration du produit de $f(x)$

et d'une fonction $K(x,u)$ a croissance raide vers un maxi $x=u$

$K(x,u) = (1 - (u-x)^2)$ (théorème de Pythagore !)

« approximation des fonctions à plusieurs variables réelles par des
« polynômes ou des expressions trigonométriques »



Op de foto in het boek ziet u de afbeelding van de eclipsespeur: twee horizontaal opgesteld telescopen en een draaibare spiegel ("lostaan") die het licht van de zon naar de telescoop weerkaatst.

1916.

Nº 7.

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 49.

1. Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie; von A. Einstein.

Die im nachfolgenden dargelegte Theorie bildet die denkbar weitgehendste Verallgemeinerung der heute allgemein als „Relativitätstheorie“ bezeichneten Theorie; die letztere nenne ich im folgenden zur Unterscheidung von der ersteren „spezielle Relativitätstheorie“ und setze sie als bekannt voraus. Die Verallgemeinerung der Relativitätstheorie wurde sehr erleichtert durch die Gestalt, welche der speziellen Relativitätstheorie durch Minkowski gegeben wurde, welcher Mathematiker zuerst die formale Gleichwertigkeit der räumlichen Koordinaten und der Zeitkoordinate klar erkannte und für den Aufbau der Theorie nutzbar machte. Die für die allgemeine Relativitätstheorie nötigen mathematischen Hilfsmittel lagen fertig bereit in dem „absoluten Differentialkalkül“, welcher auf den Forschungen von Gauss, Riemann und Christoffel über nichteuklidische Mannigfaltigkeiten ruht und von Ricci und Levi-Civita in ein System gebracht und bereits auf Probleme der theoretischen Physik angewendet wurde. Ich habe im Abschnitt B der vorliegenden Abhandlung alle für uns nötigen, bei dem Physiker nicht als bekannt vorauszusetzenden mathematischen Hilfsmittel in möglichst einfacher und durchsichtiger Weise entwickelt, so daß ein Studium mathematischer Literatur für das Verständnis der vorliegenden Abhandlung nicht erforderlich ist. Es sei es, des Mathematikers seine Hilfe nicht nur in der mathematischen Literatur erschaffen nach den Feldgleichungen

allgemeinen Relativitätstheorie (tijdschrift: Annalen der Physik, vol

orie van Einstein, gepubliceerd in 1905, legt een verband tussen de in twee referentiestelsels die t.o.v. elkaar in eenparige beweging uitbreiden tot een referentiestelsel dat bv. vastzit aan een dan moet de theorie uitgebreid worden. Deze kwam er in 1916; de die. In deze theorie wordt de zwaartekracht gezien als een gevolg ruimte-tijd. De algemene relativiteitstheorie is een geometrische in wordt dat zowel massa als energie de ruimte-tijd doen krommen

Gleichungen der Grav. in erster Näherung (1)

$$-\left(\frac{\partial^2 \gamma_{\mu\nu}}{\partial x^2} + \dots - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \gamma_{\mu\nu}}{\partial t^2}\right) = K \rho_0 \frac{dx_\mu dx_\nu}{ds ds} \quad ds^2 = dx^2 + \dots + c_0^2 dt^2$$

Statischer Fall

$$-\Delta \gamma_{44} = \frac{K \rho_0}{c_0^2} \quad \boxed{K = K \frac{8\pi}{c_0^2}}$$

Tabelle des Schwerefeldes für die erste Annäherung:

g				g			
-1	0	0	0	-1	0	0	0
0	-1	0	0	0	-1	0	0
0	0	-1	0	0	0	-1	0
0	0	0	$\frac{1}{c_0^2} \left(1 + \frac{A}{r}\right)$	0	0	0	$c_0^2 \left(1 - \frac{A}{r}\right)$

$$g = -c_0^2 \left(1 - \frac{A}{r}\right)$$

$$\boxed{A = \frac{K M}{4\pi}} = \frac{2 K M}{c_0^2}$$

Zweite Annäherung.

$$-\frac{1}{2} \sum \gamma_{\alpha\mu} \gamma_{\beta\nu} \frac{\partial \gamma_{\alpha\beta}}{\partial x_\mu} \frac{\partial \gamma_{\nu\sigma}}{\partial x_\nu}$$

$$\frac{A^2}{2} \left| \begin{array}{cccc} \left(\frac{\partial}{\partial x}\right)^2 & \frac{\partial^2}{\partial x^2} & \frac{\partial^2}{\partial x^2} & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right.$$

$$+\frac{1}{4} \gamma_{\mu\nu} \gamma_{\alpha\beta} \frac{\partial \gamma_{\mu\alpha}}{\partial x_\nu} \frac{\partial \gamma_{\nu\beta}}{\partial x_\mu}$$

$$\frac{A^2}{4} \left| \begin{array}{cccc} -\frac{1}{r^4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{r^4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{r^4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_0^2 r^4} \end{array} \right.$$

Einstein

MD 89/3

F. RENOUVÉ

logica
wetenschap
taal
PHILOSOFIE

LA

CRITIQUE EINSTEINIENNE

DES MESURES D'ESPACE

ET DE TEMPS

Extrait de la *Revue Neo-Scholastique de Philosophie*,
août 1924

LOUVAIN

INSTITUT SUPÉRIEUR DE PHILOSOPHIE

2, PLACE CARDINAL MERCIER, 2

1924

FLEW

MD-89

/3

Ergebnisse und Probleme

der

Elektronentheorie.

Vortrag

3 A7911

gehalten am 20. Dezember 1904 im Elektrotechnischen Verein zu Berlin

von

H. A. Lorentz,

Professor an der Universität Leiden.



Berlin.

Verlag von Julius Springer.

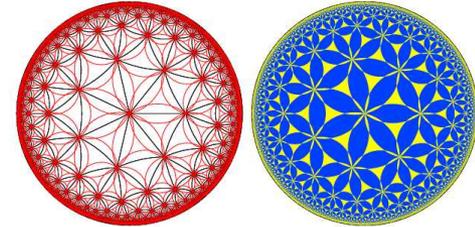
1905.

1921-22 la physique d'EINSTEIN au séminaire

par dérogation

Alliaume lui porte des ouvrages dont :

- « la gravifique einsteinienne » de De Donder
- « la traduction de « Espace, Temps, Gravitation » d'Eddington
- « Exposé élémentaire de la théorie d'Einstein » de Jacques Becquerel
- « les équations du champ de gravitation d'Einstein » Vanderlinden
- « trajectoires d'un rayon lumineux dans le champ Schwarzschild



il devint membre de

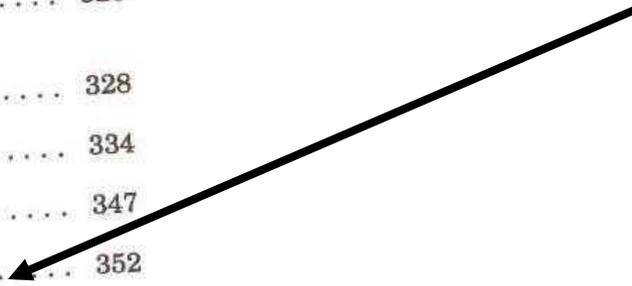
la **Société Scientifique de Bruxelles** (fondée par les groupes Cauchy)
qui publiait: les « Annales » et la « Revue des questions scientifiques »
G.Lemaître publiera ses découvertes dans ces revues !

G.Lemaître rédige un mémoire-synthèse personnelle
la physique d'EINSTEIN inédit de 131 pages terminé le 31 mai 1922
intégrant la géométrie, la gravitation et l'électricité

Chapitre I. L'espace et le temps	230
§ 1. La géométrie de Riemann	230
§ 2. Le temps et la mécanique	241
§ 3. La simultanéité et l'espace	248
§ 4. Les mesures indirectes d'espace et de temps	254
Chapitre II. Les champs de force	263
§ 5. Le champ d'inertie et de gravitation	265
§ 6. Les champs électriques	277
Chapitre III. Production des champs par mouvement relatif	286
§ 7. Le mouvement uniformément accéléré	286
§ 8. Rotation uniforme	295
§ 9. Les équations générales des champs d'inertie	301
Chapitre IV. La gravitation	316
§ 10. Potentiel newtonien et potentiel retardé	316
§ 11. Le tenseur d'énergie matérielle	320
§ 12. Équations générales de la mécanique et de la gravitation	328
§ 13. Applications astronomiques	334
§ 14. Les étoiles fixes	347
Chapitre V. Les masses électriques	352
§ 15. Équations générales de l'électricité	

un plan nouveau : mise en perspective avec la géométrie et la matière

LEMAÎTRE parle
de matière (électricité)
et annonce une liaison avec
la cosmologie



ou en tenant compte des équations de la gravitation

$$(3) \quad R_{\mu\nu} = -\kappa(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T)$$

$$(4) \quad g_{\mu\nu} = \frac{\kappa}{2\pi} \int \frac{T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T}{r} d\xi d\eta d\zeta$$

On pourra généralement négliger le retard dans le calcul des potentiels, la vitesse des astres étant petite par rapport à la vitesse-unité (vitesse de la lumière).

Rappelons la définition de $T_{\mu\nu}$

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu} &= \sum_{\sigma} \sum_{\tau} g_{\mu\sigma} g_{\nu\tau} T^{\sigma\tau} \\ &= \frac{\rho}{\sqrt{-g}} \sum_{\sigma} \sum_{\tau} g_{\mu\sigma} g_{\nu\tau} \frac{\partial x_{\sigma}}{ds} \frac{\partial x_{\tau}}{ds} \end{aligned}$$

Les vitesses des astres étant petites, nous pourrions poser

$$\frac{dx_1}{ds} = v_x, \quad \frac{dx_2}{ds} = v_y, \quad \frac{dx_3}{ds} = v_z, \quad \frac{dx_4}{ds} = \sqrt{1 - v^2}$$

En particulier lorsque les vitesses v_x, v_y, v_z des astres sont nulles ou négligeables, $T_{\mu\nu}$ se réduit à

$$T_{\mu\nu} = \frac{\rho}{\sqrt{-g}} g_{\mu 4} g_{\nu 4}$$

Si κ est une quantité petite, et nous verrons de suite qu'il en est bien ainsi, nous pouvons dans la résolution des équations (4) remplacer sous le signe intégrale $g_{\mu\nu}$ par les valeurs approchées tirées de (1) que nous appelons $\delta_{\mu\nu}$

$$\delta_{\mu\nu} = \begin{matrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

Les $T_{\mu\nu}$ sont alors nuls sauf

$$T_{44} = \rho$$

Chapitre V. Les masses électriques

[p. 123] La définition du champ électromagnétique par le mouvement qu'il communique à des particules électrisées, a été étudiée au § 6. Nous avons ainsi donné aux lois qui expriment l'action des champs sur les masses une forme indépendante du mode de repérage utilisé pour étudier les phénomènes.

Il est facile de se rendre compte que les quantités que nous avons introduites alors sont des tenseurs.

Nous avons considéré en plus que l'invariant ds , un autre invariant

$$\varphi_1 dx_1 + \varphi_2 dx_2 + \varphi_3 dx_3 + \varphi_4 dx_4 = \sum_{\alpha} \varphi_{\alpha} dx_{\alpha}$$

Les potentiels électromagnétiques φ_{σ} se transforment, lorsqu'on fait un changement de coordonnées, par des équations de la forme

$$(1) \quad \varphi'_{\sigma} = \sum_{\alpha} \frac{\partial x_{\alpha}}{\partial x'_{\sigma}} \varphi_{\alpha}$$

C'est en cela que consiste le caractère tensoriel d'un covariant φ_{σ} . Le champ électro-magnétique

$$(2) \quad F_{\mu\nu} = \frac{\partial \varphi_{\mu}}{\partial x_{\nu}} - \frac{\partial \varphi_{\nu}}{\partial x_{\mu}}$$

est aussi un tenseur. On a en effet

$$F'_{\mu\nu} = \frac{\partial \varphi'_{\mu}}{\partial x'_{\nu}} - \frac{\partial \varphi'_{\nu}}{\partial x'_{\mu}}$$

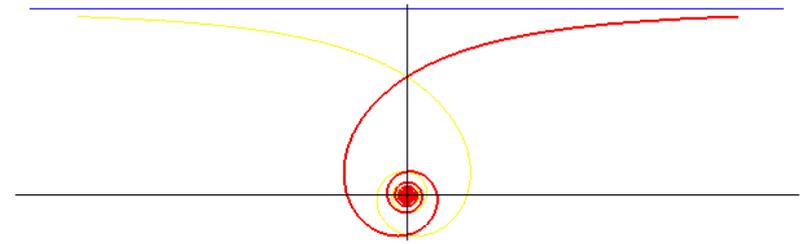
et d'après (1)

$$\frac{\partial \varphi'_{\mu}}{\partial x'_{\nu}} = \sum_{\beta} \frac{\partial x_{\beta}}{\partial x'_{\nu}} \frac{\partial}{\partial x_{\beta}} \sum_{\alpha} \frac{\partial x_{\alpha}}{\partial x'_{\mu}} \varphi_{\alpha}$$

[p. 124] et en effectuant la dérivation

$$\frac{\partial \varphi'_{\mu}}{\partial x'_{\nu}} = \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \frac{\partial x_{\alpha}}{\partial x'_{\mu}} \frac{\partial x_{\beta}}{\partial x'_{\nu}} \frac{\partial \varphi_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} + \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \frac{\partial x_{\beta}}{\partial x'_{\nu}} \frac{\partial}{\partial x_{\beta}} \left(\frac{\partial x_{\alpha}}{\partial x'_{\mu}} \right) \cdot \varphi_{\alpha}$$

la physique d'EINSTEIN au séminaire



ne pas considérer la direction du haut comme remarquable!

prenant en compte les objets non terrestres, nous perdons la notion de repos absolu
la formation de la TERRE et son évolution est un tout petit détail !

prenant en compte les objets extraterrestres, nous perdons la notion de repos absolu
la notion de ligne droite, de mouvement rectiligne n'ont pas de sens dans un champ
de gravitation

les théories physiques connues ne peuvent avoir qu'un domaine de validité local

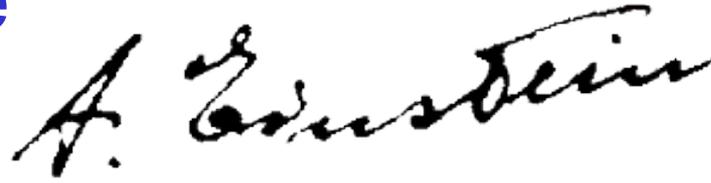
l'espace physique ne contient aucun point particulier :

ce qui implique des modèles d'espace sans point particulier
les espaces mathématiques répondant à ce principe sont
des espaces affines. Les espaces vectoriels des théories des
mouvements ont un point singulier : le vecteur nul !

indivisibilité de l'espace-temps

dont l'unification est LA grande découverte d'Einstein
une unique variété à 4 dimensions pour résoudre le problème de
l'incompatibilité entre la position d'observateurs inertiels
et la constance de la vitesse de la lumière (cf Michelson)

la physique

A handwritten signature in black ink, reading "A. Einstein". The signature is written in a cursive, flowing style.

notre environnement a des propriétés et une géométrie fonction de l'Univers

un point de l'espace-temps s'appelle un événement

et n'est plus un élément de position défini par un repère de référence
la séquence des événements est représentée dans l'espace-temps par une courbe

la ligne d'Univers

un événement existe par lui même

sans qu'il soit besoin de le représenter par (t,p)

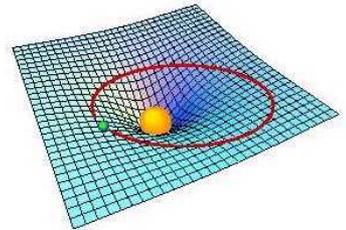
la géométrie de l'espace-temps n'est pas donnée à priori :

elle doit être découverte à partir d'observations physiques

les événements et les lignes d'Univers sont les éléments de base de cette géométrie

la physique d'EINSTEIN de LEMAÎTRE

les règles de la géométrie euclidienne sont des axiomes
celles de **la géométrie de l'espace-temps sont des constatations physiques**
(l'Univers est homogène et isotrope à grande échelle)
d'un côté un ensemble de courbes appelées lignes droites
de l'autre côté espace-temps un ensemble de lignes d'Univers correspondant
aux particules massives en chute libre



l'élément le plus important de la géométrie de l'espace-temps est

la métrique de l'espace-temps

$$ds^2 = g_{ab} dx^a dx^b$$

objet tensoriel déterminant la distance ou la durée de 2 évènements voisins
l'existence et les propriétés d'une métrique proviennent du principe
de la relativité et du comportement de la lumière

la métrique (non quantique est donc un objet physique)

la métrique détermine le modèle d'espace par le tenseur de courbure

exprimant toute l'information sur le champ gravitationnel
au voisinage de chaque événement (traduit donc la courbure de l'espace-temps)

le tenseur d'énergie-impulsion décrit le contenu en masse-énergie
d'un voisinage d'évènement

la physique d'EINSTEIN

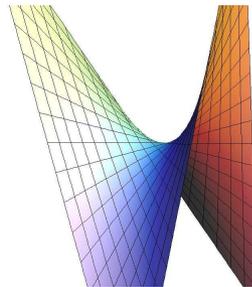
les 2 tenseurs sont reliés par :

$$G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}$$



A photograph of a chalkboard with the equation $G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu}$ written in white chalk. The chalkboard has a dark, slightly textured background.

LEMAÎTRE n'invente rien, il rend la relativité compréhensible pour lui même dans une perspective électricité, géométrie des champs, distribution de potentiels



COSMOLOGICAL CONSIDERATIONS ON
THE GENERAL THEORY OF RELATIVITY

BY
A. EINSTEIN

Translated from "Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie," Sitzungsberichte der Preussischen Akad. d. Wissenschaften, 1917.

1917 Einstein modifie
ses équations de champ

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = -\frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu}$$

l'Univers est l'objet physique
constitué par l'ensemble
de l'espace-temps

la RG met en équations l'E-T
donc l'Univers

l'E-T dépend de la matière-énergie
idée folle: **que se passe-t-il si
il n'y a plus de matière?**

comment un seul atome peut-il
structurer à l'infini l'Univers ?

principe de Mach : champ décrit par le
tenseur $g_{\mu\nu}$ est fixé par les masses

l'E-T était-il là avant la matière?

Einstein fixe U à densité constante et
figée dans le temps= pas de solutions
donc il rajoute λ

$$\lambda_E = 4\pi G\rho/c^2$$

Λ

ambiguïtés des équations d'Einstein

$$G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu} \quad R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = -\frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu}$$

dans $T_{\mu\nu}$ le théoricien met ce qu'il veut et l'astronome ce qu'il voit
 système de 16 équations ramené par symétrie à 10 équations et 10 inconnues
 mais :

les inconnues sont elles mêmes des fonctions de 4 variables

homogénéité = uniquement diagonale

isotropie = repère indépendant

$$Einstein = \begin{vmatrix} g_{xx} & g_{xy} & g_{xz} & g_{xt} \\ \frac{e^{2\Phi(r)} \left(2 \left(\frac{\partial}{\partial r} \Lambda(r) \right) r + e^{2\Lambda(r)} - 1 \right)}{r^2 e^{2\Lambda(r)}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2 \left(\frac{\partial}{\partial r} \Phi(r) \right) r - e^{2\Lambda(r)} + 1}{r^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{r \left(\left(\frac{\partial}{\partial r} \Phi(r) \right) - \left(\frac{\partial}{\partial r} \Lambda(r) \right) + r \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} \Phi(r) \right) + r \left(\frac{\partial}{\partial r} \Phi(r) \right)^2 - r \left(\frac{\partial}{\partial r} \Phi(r) \right) \left(\frac{\partial}{\partial r} \Lambda(r) \right) \right)}{e^{2\Lambda(r)}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\sin(\theta)^2 r \left(\left(\frac{\partial}{\partial r} \Phi(r) \right) - \left(\frac{\partial}{\partial r} \Lambda(r) \right) + r \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} \Phi(r) \right) + r \left(\frac{\partial}{\partial r} \Phi(r) \right)^2 - r \left(\frac{\partial}{\partial r} \Phi(r) \right) \left(\frac{\partial}{\partial r} \Lambda(r) \right) \right)}{e^{2\Lambda(r)}} \end{vmatrix}$$

$$g := \text{table}(\text{compts} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a(t)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a(t)^2 \sin(\chi)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a(t)^2 \sin(\chi)^2 \sin(\theta)^2 \end{bmatrix})$$

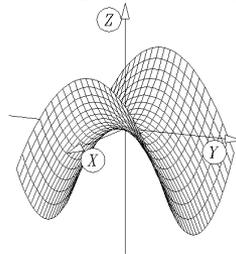
$$metric := d(s)^2 = \left(-c^2 + \frac{2c^2 \alpha}{r} \right) d(t)^2 + \left(1 + \frac{2\alpha}{r} \right) d(r)^2 + r^2 (d(\theta)^2 + \sin(\theta)^2 d(\phi)^2)$$

la physique d'EINSTEIN du séminaire à Cambridge

grâce à son mémoire « la physique d'Einstein »
Lemaître gagne le concours des bourses de voyage
(Ministère des Sciences)
obtient le fellowship de la Commission for the Relief in Belgium

(il demande d'aller étudier les quaternions auprès d'Eddington
(spécialiste aussi des quaternions)
et de parfaire son anglais, en fait il veut côtoyer celui
qui a trouvé la preuve de la RG)

Il est **étudiant-chercheur**
auprès d'**Eddington** à **Cambridge** en octobre 1923



une aventure scientifique exceptionnelle
va commencer !



Président : Société Astronomique Royale (1921-1923)
Société de Physique (1930-1932)
Mathematical Association (1932-1938)
Union Astronomique Internationale

1913 Plumian Chair of Astronomy

1914 directeur du Cambridge Observatory
membre de la Royal Society

1916 applique la mécanique statistique aux
systèmes d'étoiles par assimilation aux molécules
d'un gaz, **calcul de la masse des amas**
par le théorème du viriel (repris par Zwicky)
avec De Sitter saisi **l'importance de la Relativité**

1919 preuve par l'éclipse de Sobral

1923 The Mathematical Theory of Relativity

constitution interne des étoiles par l'étude des
céphéïdes (participation Lemaître)
état d'équilibre **pression-gravitation** Eddington prend

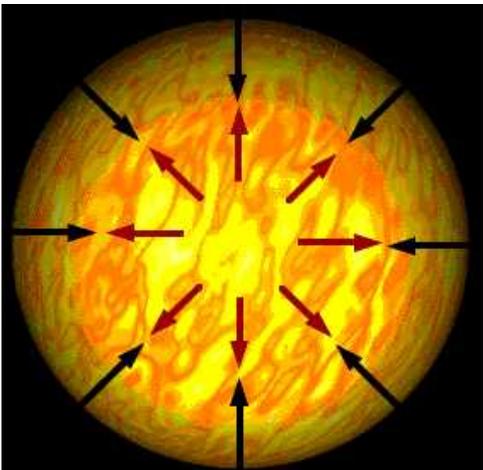
l'exemple du compagnon de Sirius la première naine blanche. Il s'agit d'un astre de
la masse du Soleil , mais du diamètre de la Terre . Ce qui signifie une masse
par une unité de volume 60 000 fois supérieure à celle de l'eau.
Eddington interprète cette densité colossale par un affaiblissement de
la pression thermique dû au refroidissement de l'étoile

querelle avec Chandrasekhar sur effondrement

1924 relation **masse-luminosité**

conséquences cosmologique de la Relativité

1927 accepte comme modèle d'Univers celui de Lemaître





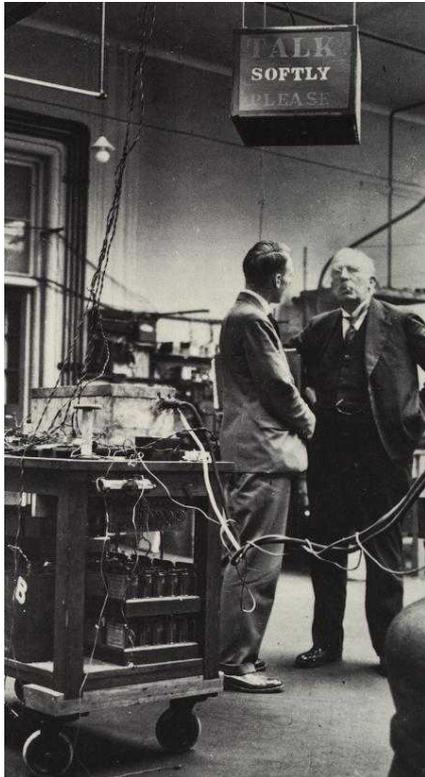
LEMAÎTRE à Cambridge

suit les cours d'**astronomie** avec Eddington
de **physique des particules** avec Rutherford
de **calcul numérique** avec Hobson
recherches sur le rayonnement des céphéïdes avec Eddington

techniques de résolution numérique des équations différentielles
(sujet favori de Lemaître)

Lemaître modifie son texte de 1922 sur les **événements simultanés** en RR les événements simultanés sont définis par rapport à un système d'axes en mouvements rectilignes uniformes en RG dans l'espace-temps 2 événements infiniment voisins sont simultanés si le segment qui les joint est orthogonal à leur ligne d'Univers. Par intégration, il trouve une courbe dont tous les points sont simultanés aux 2 premiers.

Eddington communiquera ces résultats à Edimbourg en 1927



après d'Eddington, Lemaître découvre

la liaison relativité générale – astrophysique

devant son intérêt pour les céphéïdes et les champs gravitationels

Eddington lui suggère un complément d'études auprès
de Shapley à HARVARD et le recommande à celui ci



LEMAÎTRE à Cambridge

lettre d'appréciation d'Eddington à De Donder fin 1924

« I found M.Le Maître a very brilliant student, wonderfully quick and clear-sighted, and of great mathematical ability. He did some excellent work whilst here, which I hope he will publish soon. I hope he will do well with Shapley at Harvard. In case his name is considered for any post in Belgium I would be able to give him my strongest recommendation. »

LEMAÎTRE au Canada

Lemaître rentre en Belgique et repart aussitôt à Toronto accompagner Eddington au « Meeting of the British Association for the Advancement of the Sciences »

conférence d'Eddington sur
la Relativité Générale et

le rayonnement dégagé par une étoile

rencontre Lemaître Ludwick Silberstein sur la détermination du rayon de courbure de l'espace-temps (modèle de Sitter donc vide de matière que LS interprète comme étant en expansion!). Si on y introduit un observateur et des étoiles sous forme de particules libres en mouvement radial inertiel alors la lumière provenant de ces étoiles subit un décalage de longueur d'onde vers le rouge ou le bleu proportionnel à la distance et inversement proportionnel au rayon de l'Univers Silberstein vérifie sur la distances de 8 amas globulaires et sur les nuages de Magellan, ... mais truque ses calculs!

résultat :

GL étudie l'Univers de de Sitter selon le décalage spectral

GL assiste aussi « International Mathematical Congress » avec de la Vallée Poussin et Elie Cartan« stabilité des ellipsoïdes en fluides homogènes »



LEMAÎTRE à Harvard



Shapley utilise le graphique de Leavitt pour calculer la distance de 100 amas globulaires et trouve au Mont Wilson 1300 céphéïdes dans 62 amas. Avec Hertzsprung il généralise la loi graphique de Leavitt

LEMAÎTRE va de Toronto au Dominion Observatory d'Ottawa voir Henroteau, astronome belge, LE spécialiste des céphéïdes septembre 1924 nouvelle bourse CRB Graduate Fellow **avec Shapley recommandé par Eddington** Il s'inscrit au Massachusetts Institute of Technology pour un nouveau doctorat

GL suit des **cours de spectroscopie expérimentale** rencontre avec de la Vallée Poussin (intégrales de Stieltjes, équation intégrale de Volterra) **membre du Harvard Mathematical Club et de Association of Variable Stars Observers**

Au MIT directeur de thèse nominal : Heymans

3 sujets d'études :

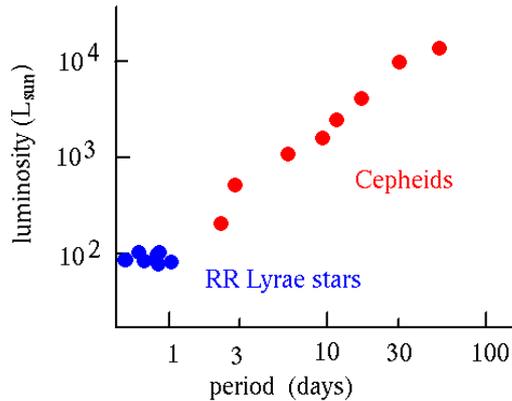
Relativité Générale

céphéïdes

théorie unitaire d'Eddington sur

l'électromagnétisme et la gravitation (en 1924 !)

LEMAÎTRE au MIT



ASTRONOMIE

au labo de Shapley GL met au point une méthode graphique de calcul de période d'oscillation d'étoiles pulsantes d'une magnitude et d'un type spectral donnés partant de la méthode de vérification d'Eddington de la relation masse-luminosité Il montre aussi que la théorie des étoiles pulsantes s'applique aussi à d'autres étoiles de type spectral O et M

GL étudie aussi les étoiles à doubles éclipses de type β Lyrae Shapley publie ces résultats



COSMOLOGIE

GL étudie l'Univers de de Sitter (Cf Toronto)

3 solutions aux équations d'Einstein

Univers vide de matière et sans courbure

(espace-temps de Minkowski, relativité restreinte)

Univers d'Einstein espace-temps avec espace sphérique

fini sans frontière rempli de fluide parfait de densité
constante et de pression nulle

Univers de de Sitter espace vide de matière

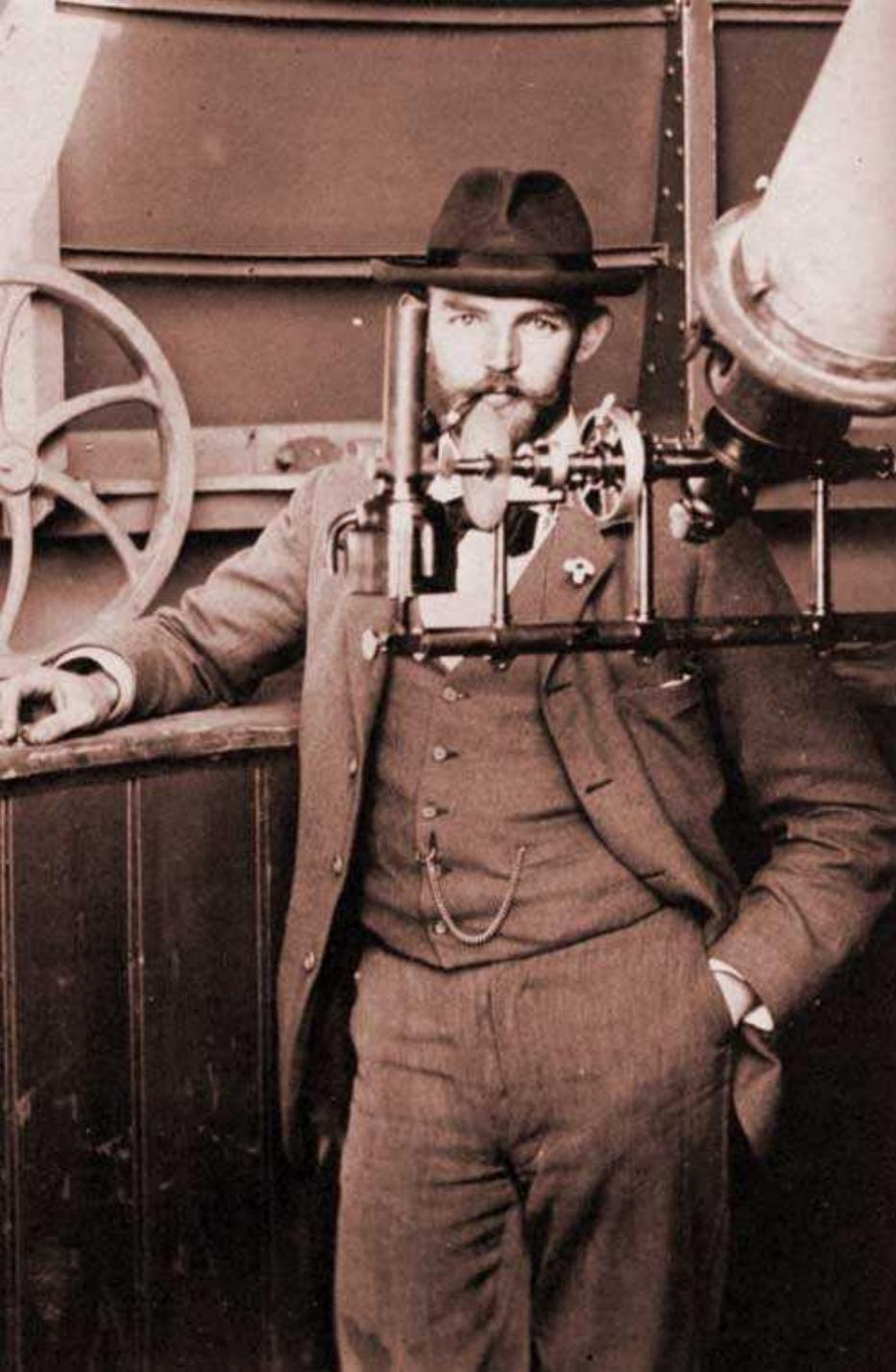
GL démontre que la métrique de de Sitter modifiée Eddington
est incorrecte car implique un centre.

Il utilise la métrique de

Lanczos et un changement de coordonnées redécouvert par

Robertson. Il démontre que l'Univers de de Sitter est un

espace euclidien donc sans courbure et sans centre se dilatant
exponentiellement au cours du temps (Cf Bondi Hoyle Gold !!!)



l'entremetteur

Willem de Sitter

va jouer un grand rôle :

Il parle le premier de **modèle d'Univers**
en y appliquant la Relativité
il met en **contact Eddington et Einstein**
Lemaître va étudier à fond son modèle
puis de Sitter va aider à la propagation
des résultats de Lemaître auprès
d'Einstein et Eddington
et de toute la communauté scientifique

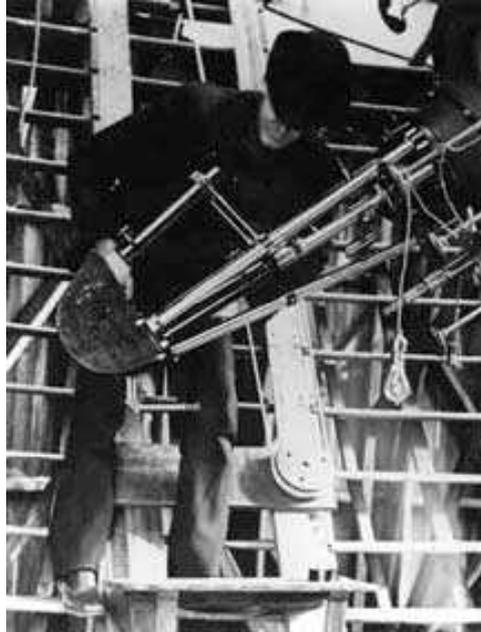
LEMAÎTRE au MIT

Lemaître considère que le modèle de de Sitter ne répond pas aux observations.

il adoptera toujours un modèle d'Univers fini

Il rédige sa thèse :

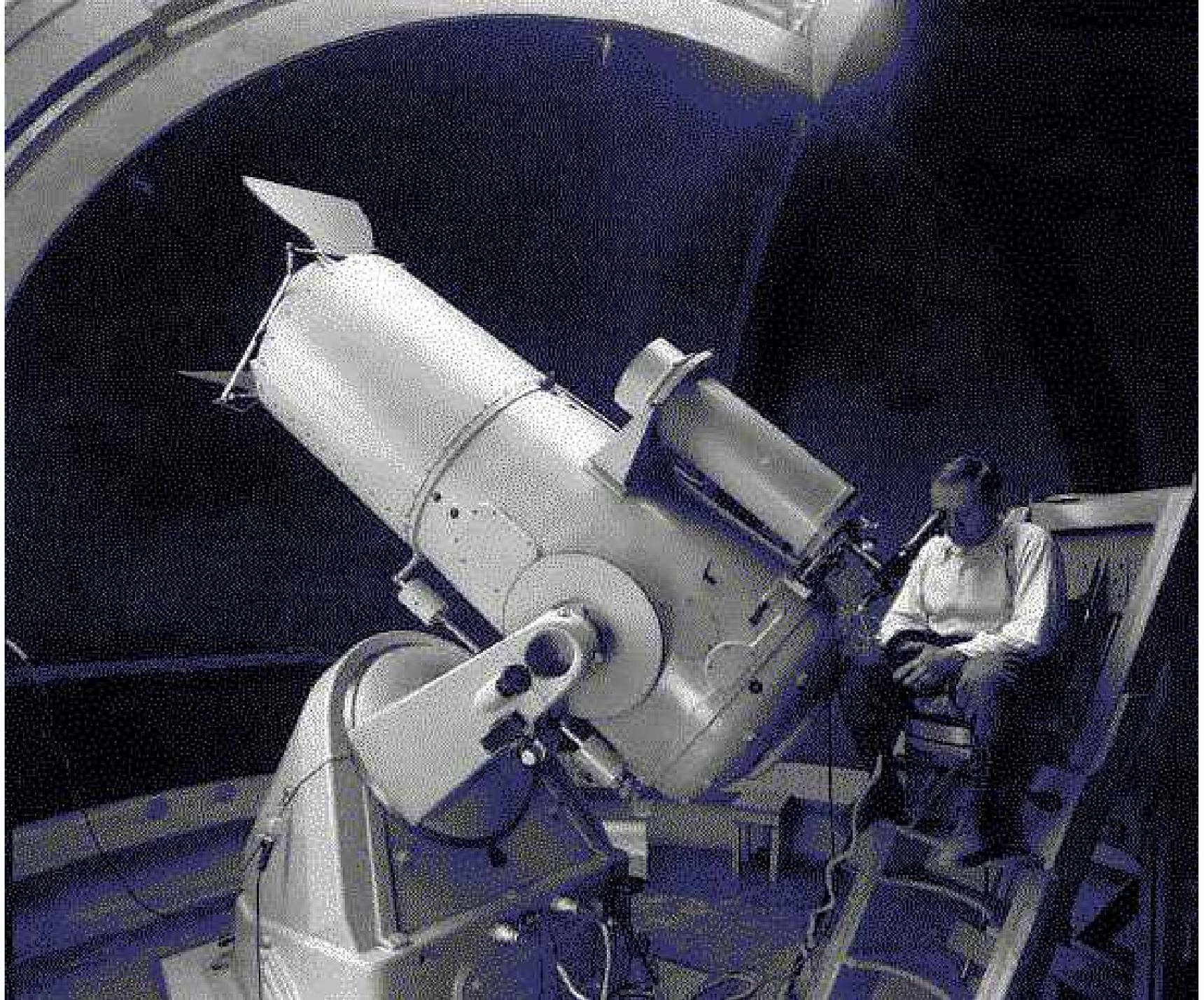
« The gravitational Field in a Fluid Sphere of
Uniform Invariant Density according to the Theory of Relativity »

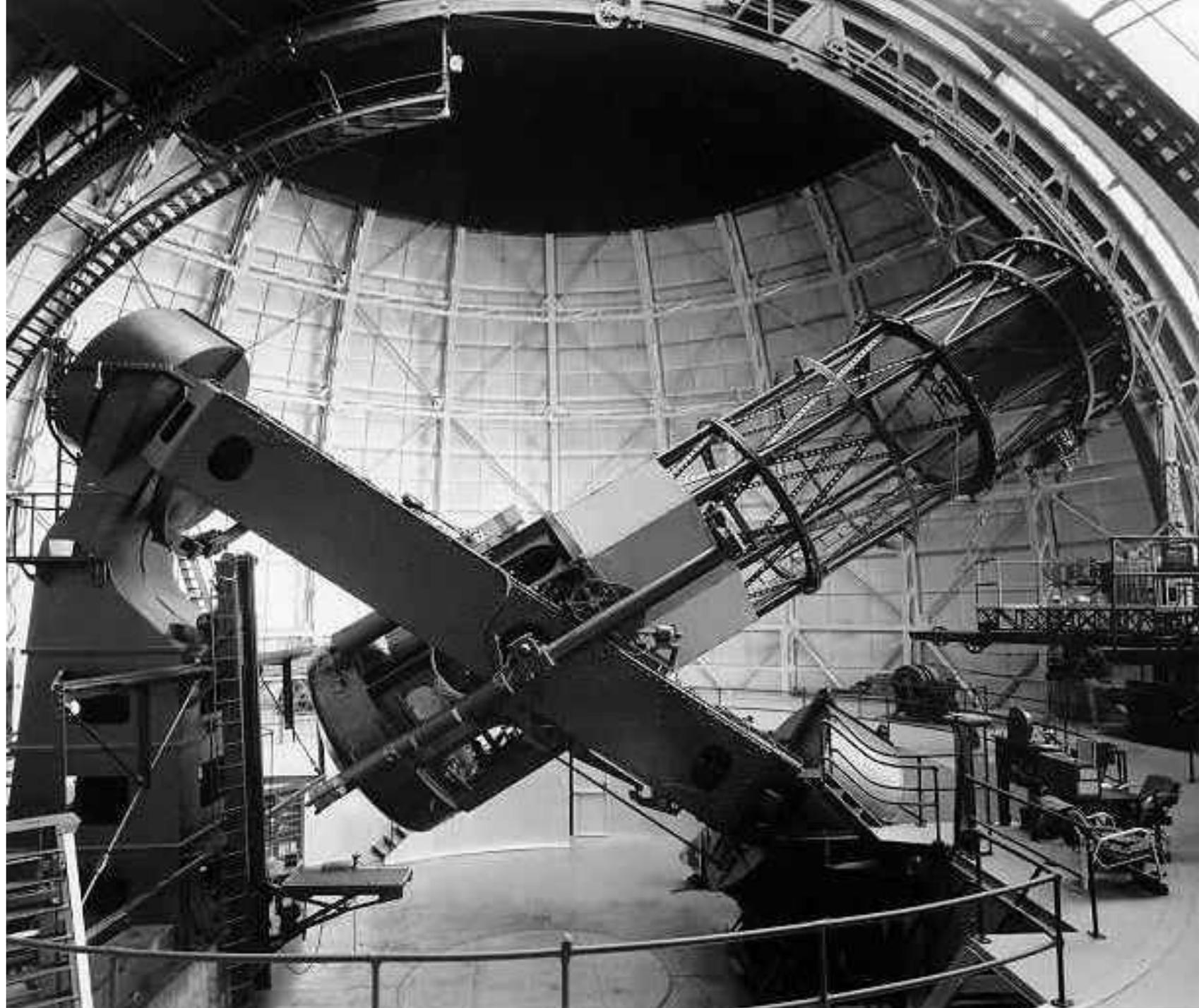


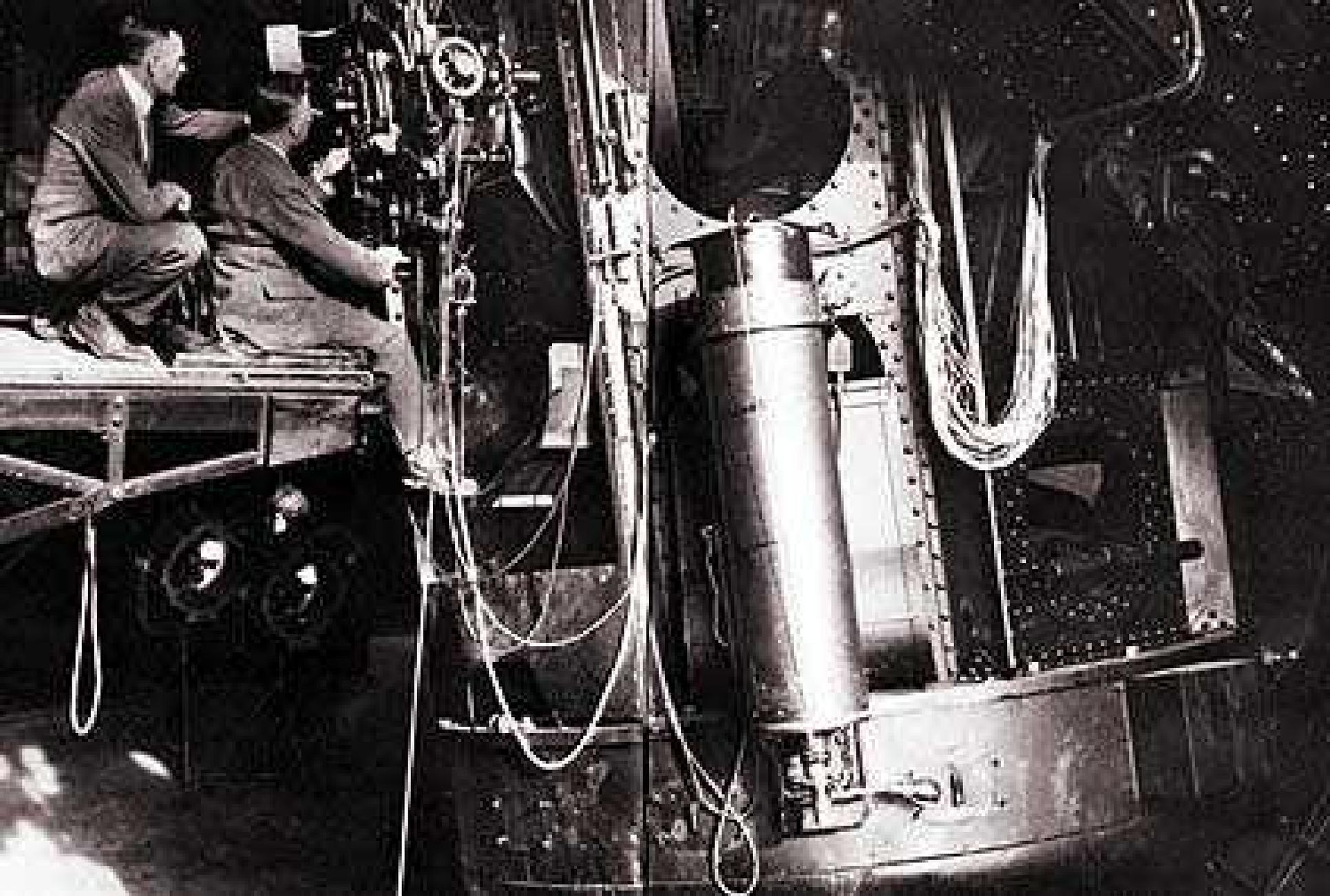
l'observation prime sur la théorie



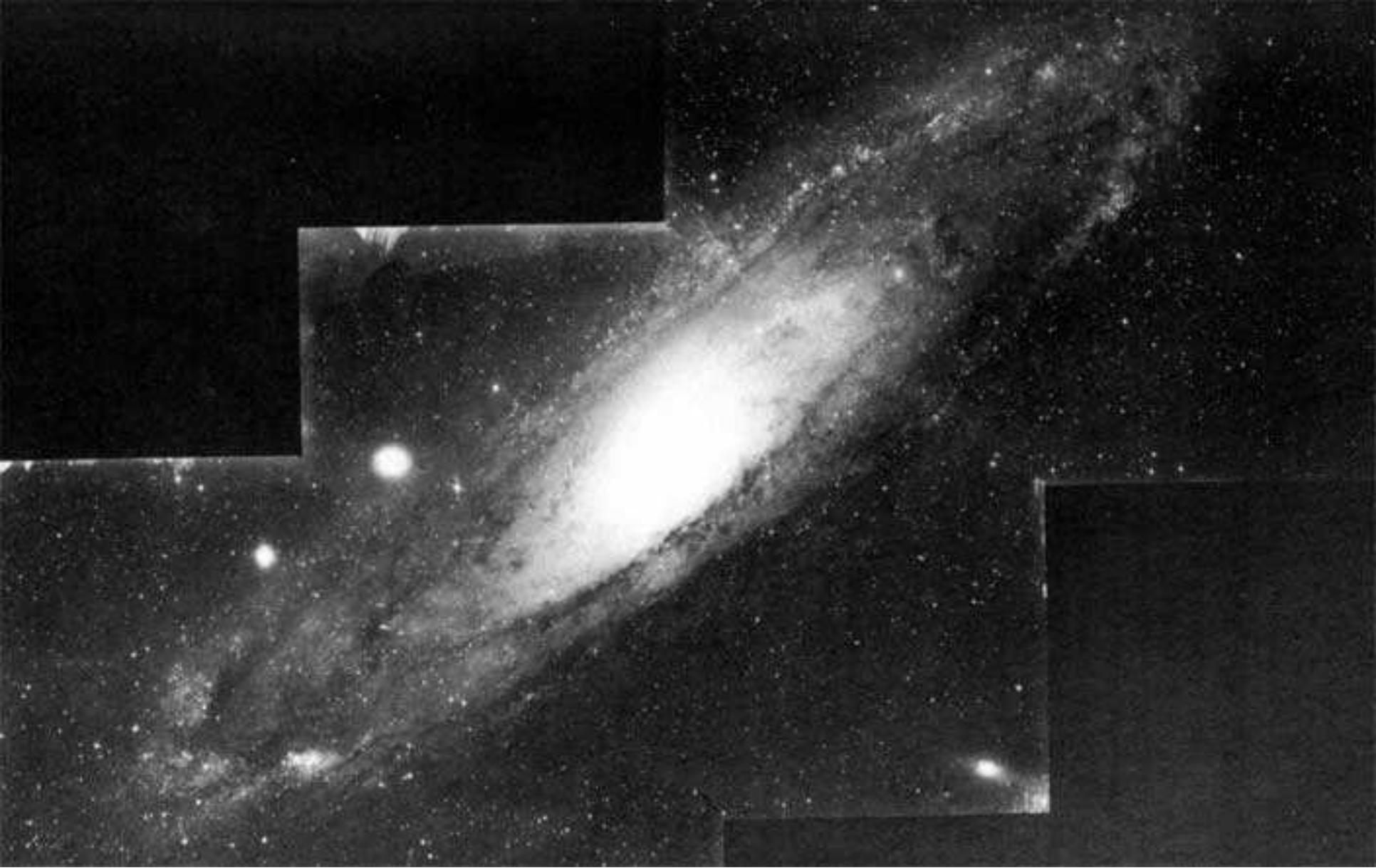
découverte de la relation décalage spectral-vitesse d'éloignement
(et non pas Hubble) en août 1914 et 1921 (41 nébuleuses) 17 jours de pose !
mesure des vitesses radiales par Vesto Slipher au Lowell Observatory Arizona



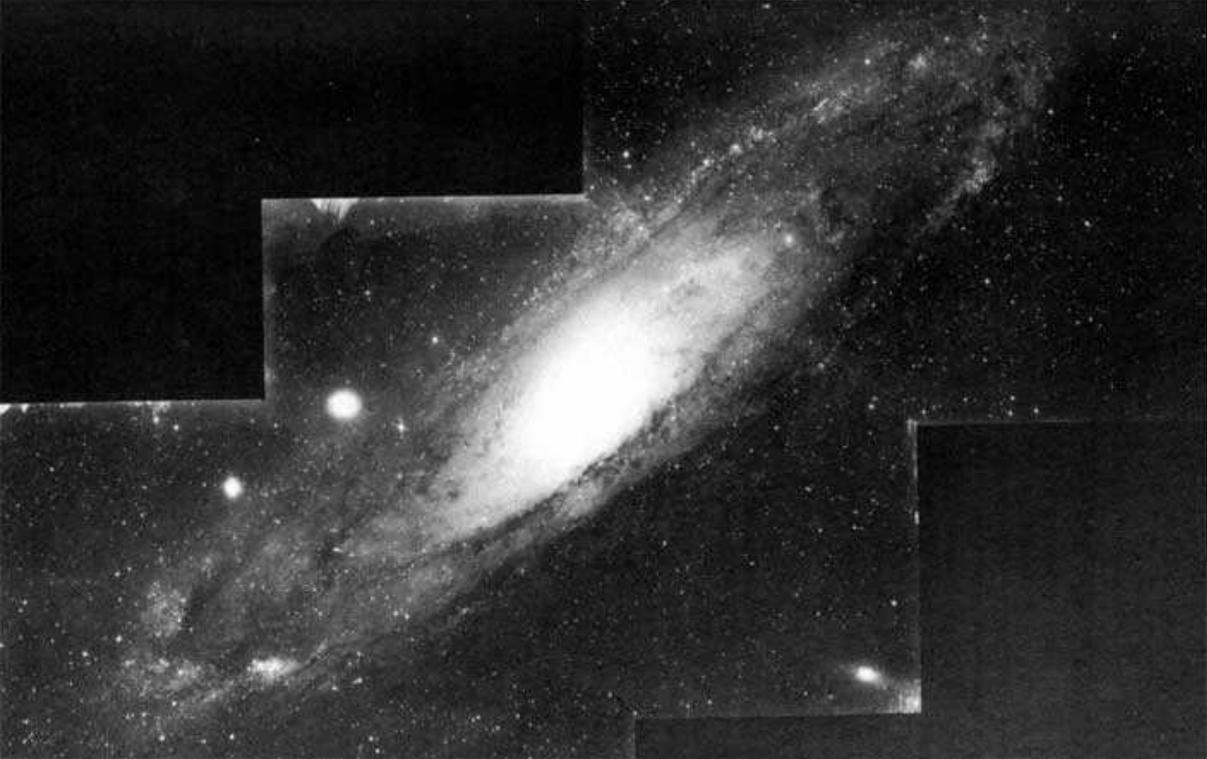




Hubble et Humason au primaire du 100 inches Hooker

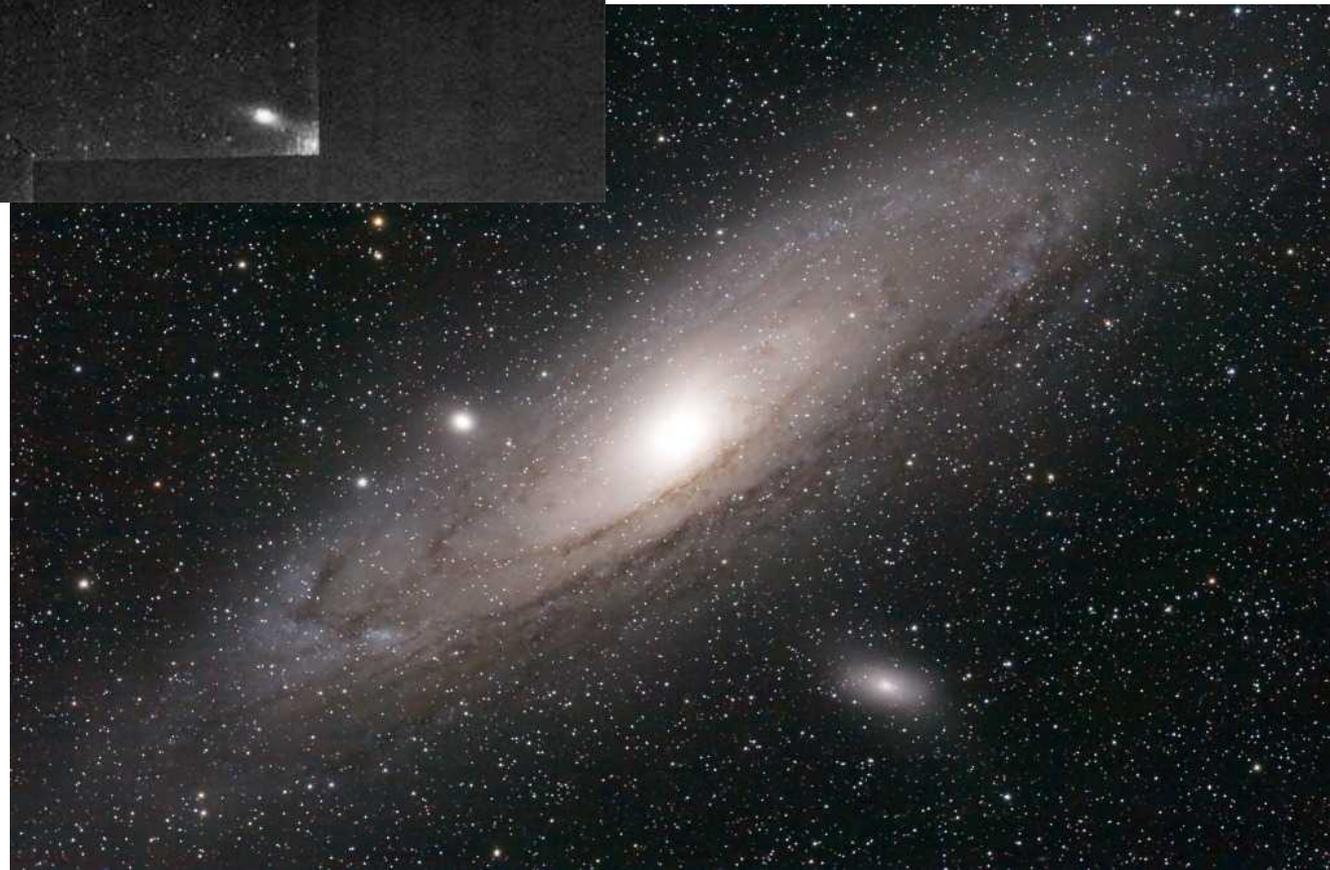


M31 plaque d'Hubble Humason exposition : 9 h 1923



1924
2004

à 80 ans d'intervalle
M31
en pro
et en amateur





premières mesures
de céphéïdes

NGC 6822
premier objet d'une
région
extragalactique

NGC 6822
galaxie naine
irrégulière
1.8 al Sg
groupe local

a Remote Stellar
System
1925
Astrophysical
Journal

puis M 33

1926 Hubble publie : « a spiral Nebula as a a Stellar System »



M33 Galaxie du Triangle NGC 598 photo Marc JOUSSET association d'astronomie VEGA

Plate No.	Object	RA 1920	Dec	Exposure Time	Plate	Spring	Date 1923	Mag. Est.	Quality
310	Ngc 6822	14 42	-15 0	150	57520	5-9	July 17	F.17W	fair to good
311	"	"	"	60	"	4-2	"	O.18E	"
315	"	"	"	30	"	4-2	"	O.25W	"
316	"	"	"	110	"	3-2	"	O.22W	good
317	"	"	"	60	"	3	Aug 15	O.1E	fair image large
318	"	"	"	60	"	"	"	"	good
319	"	"	"	12	"	"	"	"	fair
320	SA 06	"	"	50	"	"	"	"	good
321	"	23 19	+5 7	90	"	"	"	O.21E	fair + weak
322	"	23 23	+11 2	55	"	"	"	O.20W	"
323	"	4 17	+19 20	75	"	"	"	O.20E	fair to good
324	"	"	"	12	"	"	"	O.20E	"
325	Ngc 7117	21 4	+14 15	60	57520	2	Aug 17	O.1E	image only
326	Ngc 6822	14 42	-15 0	60	"	2-1	Sept 1	O.18W	fair
327	"	1-22.7	+4 7	150	"	2-4	"	O.20W	to fair
328	"	5-12	+34 15	60	"	2-1	"	O.20E	"
329	Ngc 6822	14 42	-15 0	60	57520	1	Oct 4	O.18W	poor
330	"	0-28.5	+90 26	40	"	"	"	O.20E	poor to fair
331	"	0-38.7	+10 20	40	"	"	"	O.21E	poor
332	Ngc 1031	2-24.7	-7 1	90	"	1-1	"	O.19E	poor to good
333	"	18-56.8	-37 4	30	57520	1	Oct 5	O.20W	poor
334	"	14-42	-15 0	60	"	2	"	O.20W	fair
335	"	0-38.7	+10 20	95	"	3-1	"	O.20E	good
336	"	23-39.7	-5 44	15-5	57520	2-1	"	O.20E	fair
337	"	"	"	120	"	2-2	"	O.18W	fair (image slightly shy)
338	Ngc 1111	3-20.1	-26 6	115	"	2-1	"	O.18W	poor to fair (weak)
339	"	0-38.7	+10 20	55	"	3	Nov 13	O.20E	passing clouds
340	Ngc 7117	22-57.2	+15 5.8	120	"	"	"	O.20E	weak (image slightly shy)

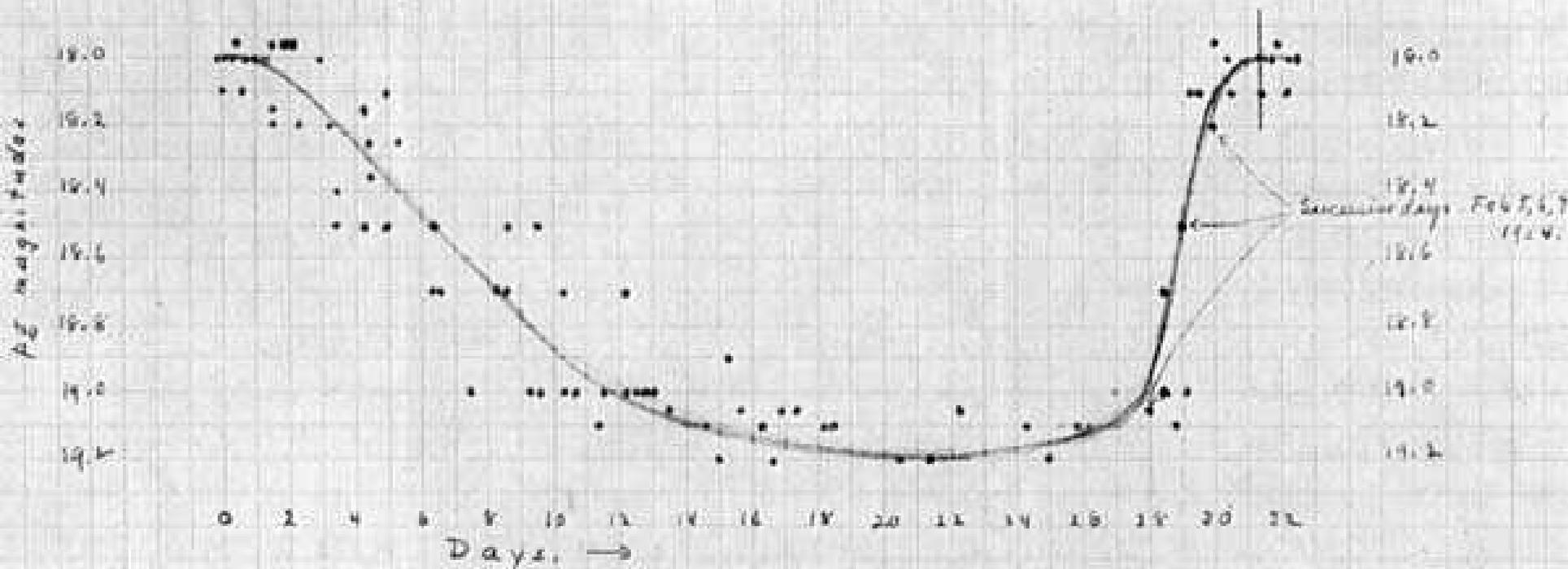
Plate No.	Remarks
310	Slightly spotted near diffraction limit. Nothing else seen. <i>slightly spotted - probably on accident</i>
316	30c ?
317	fair image large
318	good
319	fair
320	good
321	fair + weak
322	good
323	fair to good
324	good
325	image only
326	fair
327	to fair
328	"
329	poor
330	poor to fair
331	poor
332	poor to good
333	poor
334	fair
335	good
336	fair
337	fair (image slightly shy)
338	poor to fair (weak)
339	passing clouds
340	weak (image slightly shy)

335 Cassiopeian focus.
 8:35 - 1:05 P.M.
 339 8:50 - 2:05 P.M.
 340 thing leaves usual field & 350 plate.
 341 Non suspected
 342 SBc
 343 X Cassiopeian
 344 7:30 - 8:00 P.M.
 345 Cassiopeian non suspected on 11/22/23
 346 R near minimum seen rather brighter than last minimum
 347
 348 seems to be a giant planetary. Star & center very blue @ 105 microns (could form with ...)

cahier d'observation d'Hubble céphéïde plaque 331
 nova suspected plaque 335 confirm nova (in fact cepheïd)

Variable N^o 1 in Messier 31.

15'20" from nucleus in a direction West by 22 $\frac{1}{2}$ ' South.



Period 31.415 days.

Range 1.22 pg mag.

Epoch J.D. 2422259.0

Median Mag (pg) = 18.6 ±

I believe the range and median magnitude are nearer to 1.0 and 18.5 respectively. A reasonable color index is +0.9. Then,

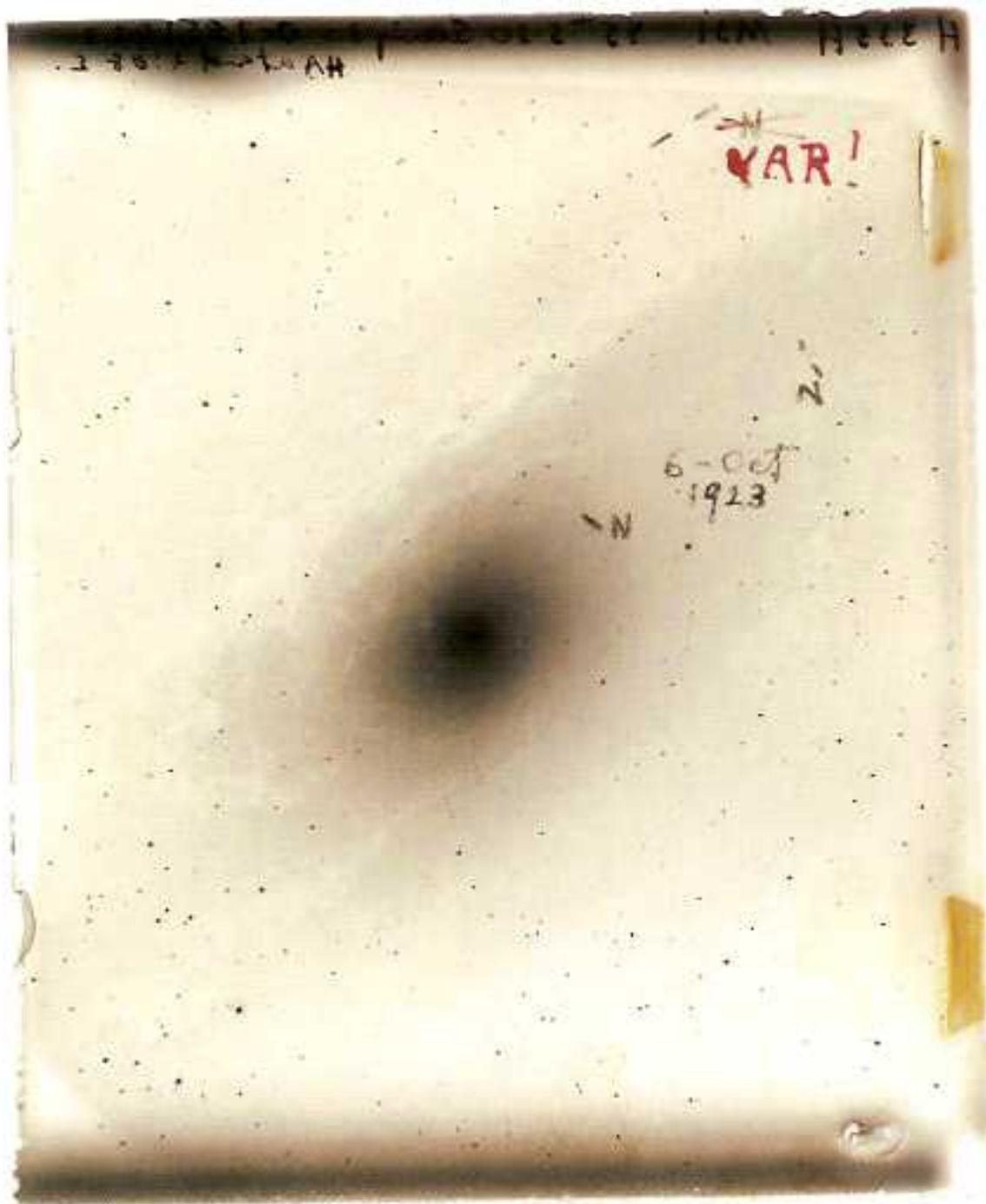
$M_v = -5.0$ (from the period)

distance = 220 000 parsecs (subject to selection of star
, is dimmed by intervening nebulosity.)



Here is the letter that has destroyed my universe.
—Shapley, 1924

lettre Hubble à Shapley
19/02/1924



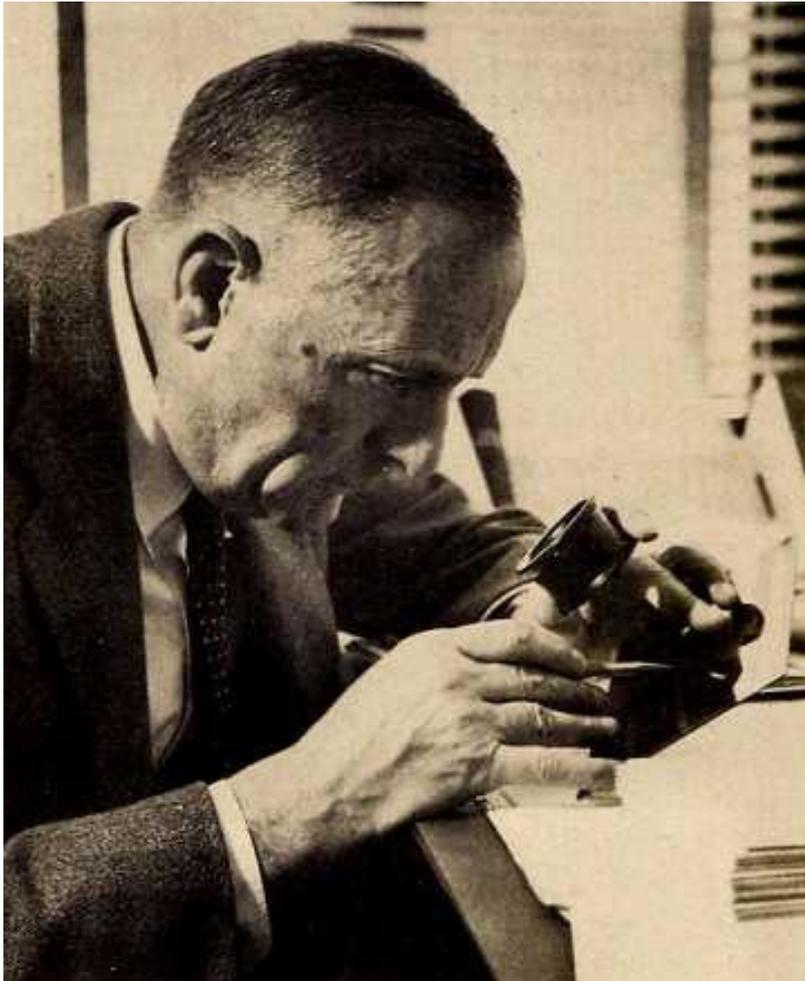
la plaque 335
6 octobre 1923

N les novae d'Andromède

avec les céphéïdes l'observation bouleverse les théories

30/12/1924 - 2/01/1925

LEMAÎTRE assiste à Washington au 33 ième colloque de
l'American Astronomical Society



Norris Rusell
(remplaçant Hubble)
communique

Cepheids in
Spiral Nebulae dans NGC 6822
et M33 (le Triangle) en 1923

Hubble avec
le 100-inc-reflector
du Mont Wilson
découvre en 1929
12 céphéïdes dans
M31 et en appliquant
la loi Le Witt-Shapley
en déduit que M31 est
à 285.000 parsecs

2 ième révolution copernicienne

Hubble publie en 1929 « a Spiral Nebula as a Stellar System : Messier 31 »

pour différencier les nébuleuses spirales de notre propre nébuleuse

Hubble invente des « **galaxies** » traduction grecque de « Milky Way » Voie Lactée 1557

la tournée des observatoires américains

Lemaître obtient une nouvelle bourse du Committee for the Relief in Belgium

Observatoire Van Vleck Middeltown éclipse du 24/01/1925

133 ième conférence de l'American Physical Society Washington :

Lemaître y présente son étude de l'Univers de de Sitter

première rencontre avec Hubble à Washington (04/1925 académie des Sciences)
sur la mesure des céphéïdes

rencontre au Yerkes Observatory avec John Comrie sur le calcul numérique

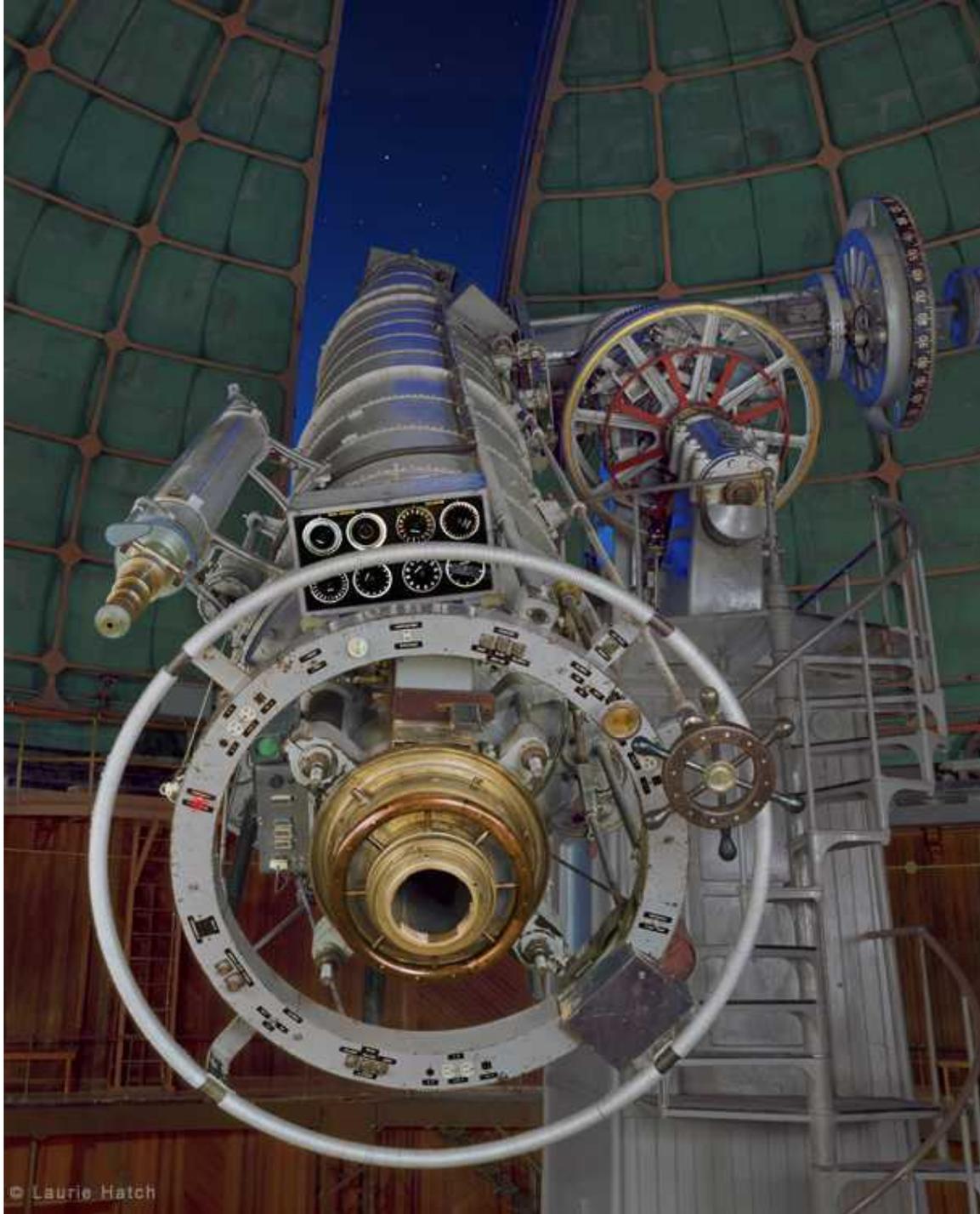
visite Dominion Observatory de Victoria et du Lick Observatory où furent découvertes
par analyse spectrale que les nébuleuses sont composées d'étoiles

rencontre en juin 1925 avec Hubble au Mont Wilson

rencontre avec Millikan au Caltech à Pasadena

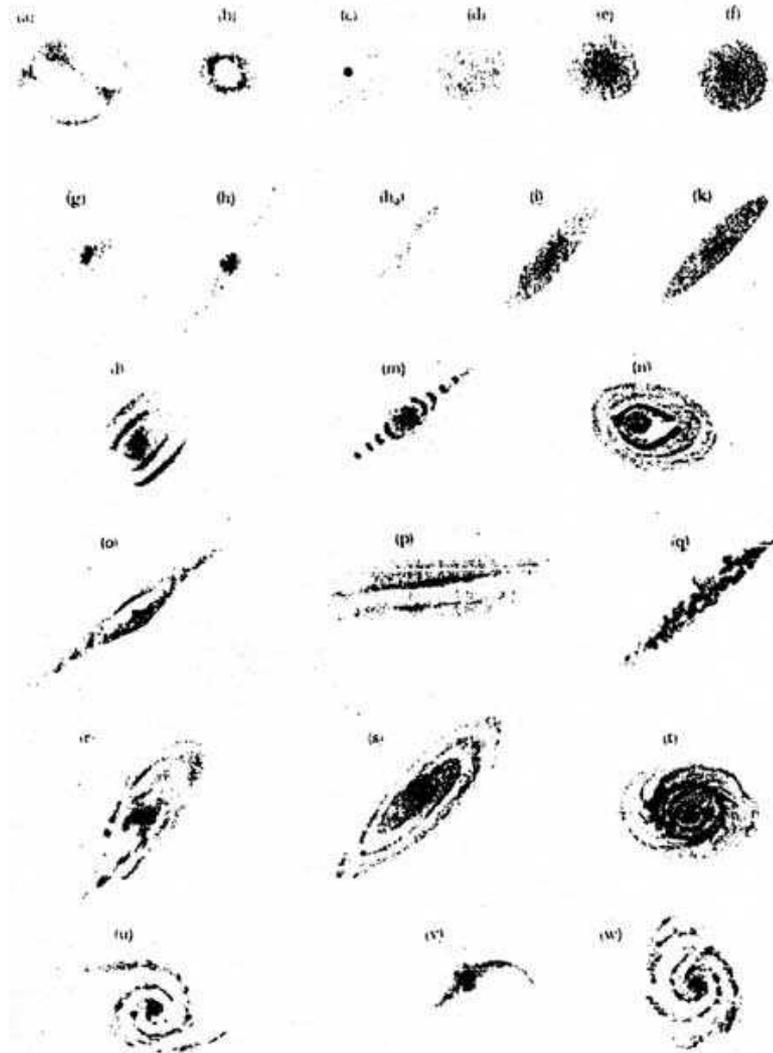
Lowell Observatory Arizona. Rencontre avec Slipher (mesure des vitesses radiales des
nébuleuses spirales



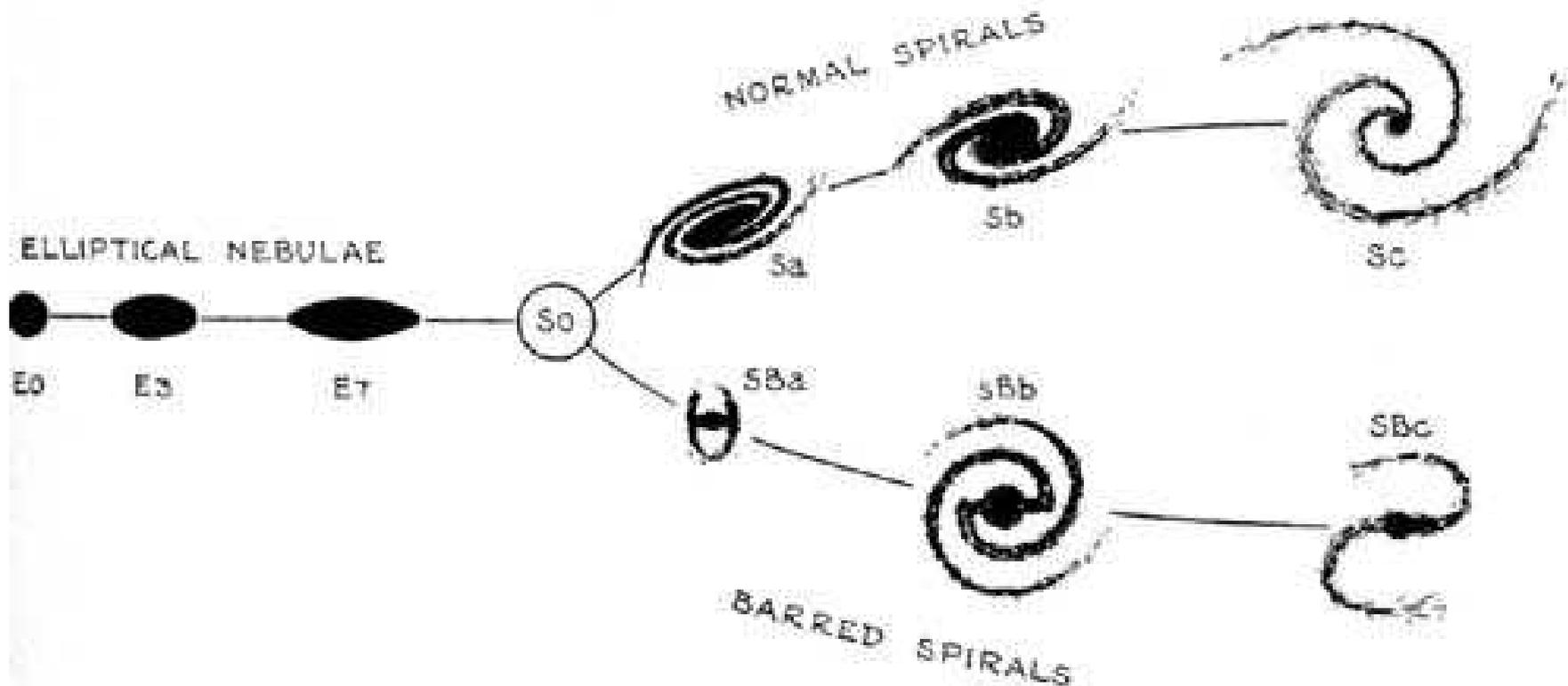


Lemaître
travaille avec
Comrie à
Yerkes

22/07/1925 Lemaître repart à Cambridge à l'assemblée générale de l'International Astronomical Union où il rencontre Hubble présenter sa classification des nébuleuses



premiers
croquis de Hubble



appearance the spectrum is very much like spectra of the Milky Way clouds in Sagittarius and Cygnus, and is also similar to spectra of binary stars of the W Ursae Majoris type, where the widening and depth of the lines are affected by the rapid rotation of the stars involved.

The wide shallow absorption lines observed in the spectrum of N. G. C. 7619 have been noticed in the spectra of other extra-galactic nebulae, and may be due to a dispersion in velocity and a blending of the spectral types of the many stars which presumably exist in the central parts of these nebulae. The lack of depth in the absorption lines seems to be more pronounced among the smaller and fainter nebulae, and in N. G. C. 7619 the absorption is very weak.

It is hoped that velocities of more of these interesting objects will soon be available.

A RELATION BETWEEN DISTANCE AND RADIAL VELOCITY
AMONG EXTRA-GALACTIC NEBULAE

BY EDWIN HUBBLE

MOUNT WILSON OBSERVATORY, CARNEGIE INSTITUTION OF WASHINGTON

Communicated January 17, 1929

Determinations of the motion of the sun with respect to the extra-galactic nebulae have involved a K term of several hundred kilometers which appears to be variable. Explanations of this paradox have been sought in a correlation between apparent radial velocities and distances, but so far the results have not been convincing. The present paper is a re-examination of the question, based on only those nebular distances which are believed to be fairly reliable.

Distances of extra-galactic nebulae depend ultimately upon the application of absolute-luminosity criteria to involved stars whose types can be recognized. These include, among others, Cepheid variables, novae, and blue stars involved in emission nebulosity. Numerical values depend upon the zero point of the period-luminosity relation among Cepheids, the other criteria merely check the order of the distances. This method is restricted to the few nebulae which are well resolved by existing instruments. A study of these nebulae, together with those in which any stars at all can be recognized, indicates the probability of an approximately uniform upper limit to the absolute luminosity of stars, in the late-type spirals and irregular nebulae at least, of the order of M (photographic) = -6.3 .¹ The apparent luminosities of the brightest stars in such nebulae are thus criteria which, although rough and to be applied with caution,

original de la publication par Hubble
de la relation
distance et vitesse de récession
17 janvier 1929
46 vitesses radiales dont 4 négatives
(M31, M32, NGC205 et M33)

Proceeding of the
National Academy of Sciences
Vol. 15 p.168

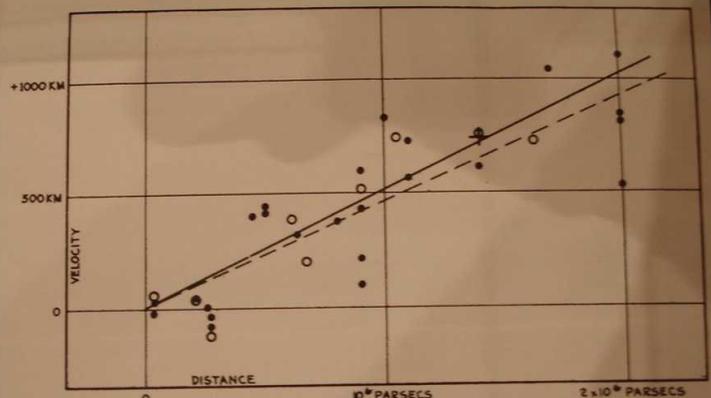


FIGURE 1

Velocity-Distance Relation among Extra-Galactic Nebulae.

Radial velocities, corrected for solar motion, are plotted against distances estimated from involved stars and mean luminosities of nebulae in a cluster. The black discs and full line represent the solution for solar motion using the nebulae individually; the circles and broken line represent the solution combining the nebulae into groups; the cross represents the mean velocity corresponding to the mean distance of 22 nebulae whose distances could not be estimated individually.

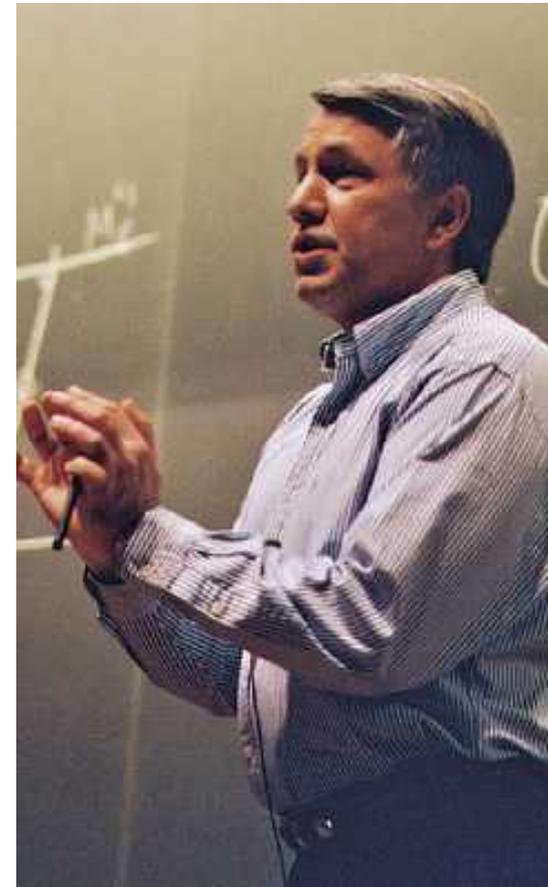


1925 la cosmologie se met en place

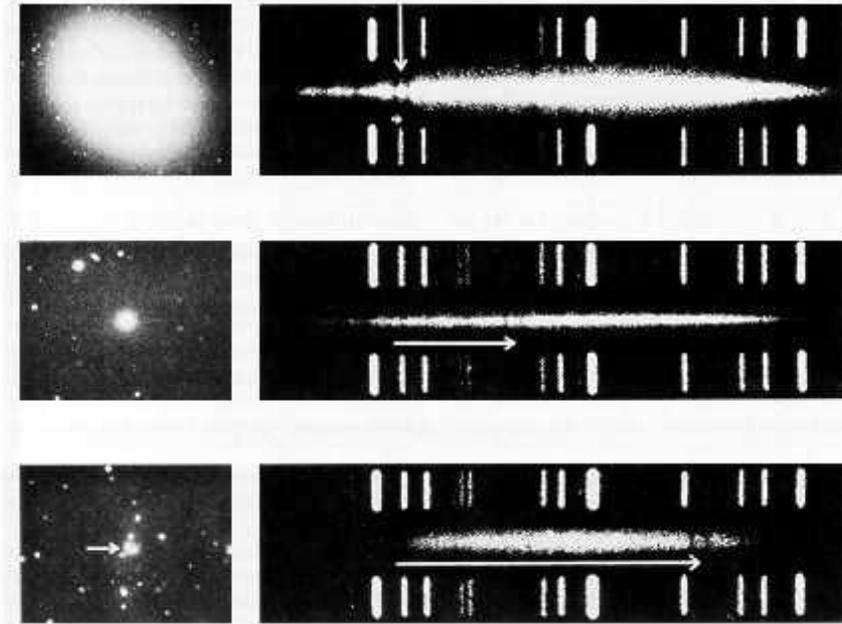
1923 WEYL trouve dans l'Univers de de Sitter la possibilité de particules qui s'éloignent avec des vitesses proportionnelles à leurs distances mais sans système de coordonnées invariant

1925 Lemaître trouve une métrique non statique avec un système de coordonnées invariant espace à courbure nulle donnant une relation linéaire entre vitesse et distance
« Note on DE SITTER's Universe »
et utilisant la constante cosmologique

1980 Andreï Linde utilisera cette métrique pour sa théorie de l'inflation !
(et ... aussi Hoyle en 1945 !)



2



liaison redshift-expansion

modèles d'Univers homogènes et isotropes

résolution du système d'équations d'Einstein

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = -\frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu}$$

avec les conditions :

si le contenu matériel est assimilable à un fluide parfait, homogène et sans mouvement de pression p et de masse volumique ρ

$$p = p_{\text{matière}} + p_{\text{rayonnement}} \quad \rho = \rho_{\text{matière}} + \rho_{\text{rayonnement}} \quad g_{\mu\nu}$$

la métrique FLRW (ses $g_{\mu\nu}$) $ds^2 = c^2 dt^2 - R(t)^2 [dr^2 + \bar{r}^2 d\Omega^2]$

$$\bar{r} = R_C \sinh(r/R_C) \quad d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2$$

R_C valeur absolue du rayon de courbure

$R(t)$ est le facteur d'échelle

\bar{r} distance du mouvement propre

$$R_0^0 = 3 \frac{\ddot{R}}{R},$$

$$R_s = 6 \frac{\ddot{R}R + \dot{R}^2 + k}{R^2}.$$

$$R_1^1 = R_2^2 = R_3^3 = -\frac{\ddot{R}R + 2\dot{R}^2 + 2k}{R^2},$$

conduit aux équations-solutions FL qui lient l'évolution du facteur d'échelle $R(t)$ aux paramètres physiques p (pression) et ρ (masse volumique)

les équations dites de « Fridman-Lemaître »

$$-\frac{k}{R^2} - \frac{\dot{R}^2}{c^2 R^2} - \frac{2\ddot{R}}{Rc^2} + \Lambda = \frac{8\pi G p}{c^4} \quad \frac{k}{R^2} + \frac{\dot{R}^2}{c^2 R^2} - \frac{\Lambda}{3} = \frac{8\pi G \rho}{3c^2} \quad \frac{d(\rho R^3)}{dR} + 3p \frac{R^2}{c^2} = 0$$

avec $k = +1, 0, -1$ pour les espaces elliptiques, euclidiens ou hyperboliques

Lemaître considère toujours $k = +1$, Friedmann considère $k = +$ ou -1 et $\rho = 0$

exploitation des équations Fridman-Lemaître

taux d'expansion
(constante Hubble)

$$H(t) \doteq \frac{\dot{R}(t)}{R(t)}$$

(voir le site cosmosaf-IAP)

paramètre de
décélération

$$q(t) \doteq -\frac{\ddot{R}(t)R(t)}{\dot{R}^2(t)}$$

paramètre de densité

$$\Omega_M(t) = \Omega_m(t) + \Omega_r(t) \doteq \frac{8\pi G[\rho_m(t) + \rho_r(t)]}{3H^2(t)}$$

constante cosmologie
réduite

$$\Omega_\Lambda(t) \doteq \lambda(t) \doteq \frac{\Lambda c^2}{3H^2(t)}$$

$\rho_c = 3\alpha^2/8\pi G$
densité critique

courbure réduite

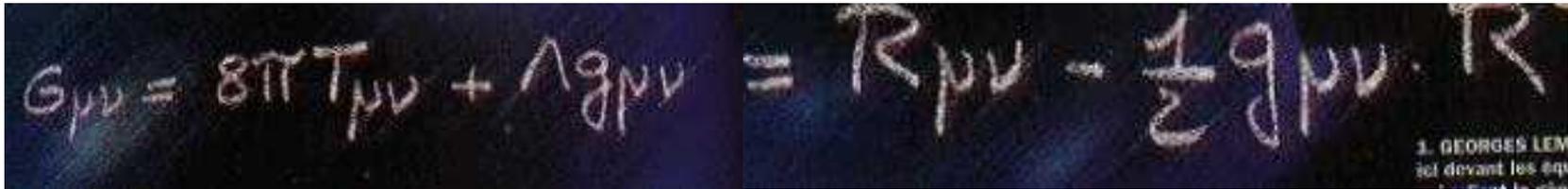
$$\Omega_k(t) \doteq -\frac{kc^2}{R^2(t)H^2(t)}$$

$$\Omega_M(t) + \Omega_\Lambda(t) + \Omega_k(t) = 1 \quad \forall t \quad \text{et que} \quad q(t) = \Omega_r(t) + \frac{\Omega_m(t)}{2} - \Omega_\Lambda(t)$$

$$H_o \doteq 50 h_{50} \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} \doteq 100 h_{100} \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} \doteq 62.5 h_{62.5} \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} \dots$$

$$t_o = \frac{1}{H_o} \int_0^\infty (1+x)^{-1} [\Omega_{r_o}(1+x)^4 + \Omega_{m_o}(1+x)^3 - (\Omega_{M_o} + \Omega_{\Lambda_o} - 1)(1+x)^2 + \Omega_{\Lambda_o}]^{-\frac{1}{2}} dx$$

la problématique de Lemaître



retour en Belgique en 1926-1927 et début de ses enseignements à Louvain (grâce au piston d'Eddington). Il étudie en plus l'origine de l'équation de Schrödinger.

travail sur l'Univers de de Sitter avec données observationnelles sur la fuite des galaxies déterminée par le redshift de leur spectre lumineux les discussions avec Silberstein montre que l'Univers de de Sitter est un cadre mathématique admettant le redshift

MAIS :

l'Univers de de Sitter est vide de matière et sa géométrie est euclidienne l'espace-temps d'Einstein ne convient pas non plus puisque rempli de matière mais ne rend pas compte du redshift

IL CHERCHE : **Lemaître inclut le terme de pression** contrairement à Einstein, De Sitter et Friedmann

un Univers massif
non statique emportant avec lui les galaxies dans un mouvement en expansion

dans sa thèse au MIT GL il cherche une solution intermédiaire entre Einstein et de Sitter

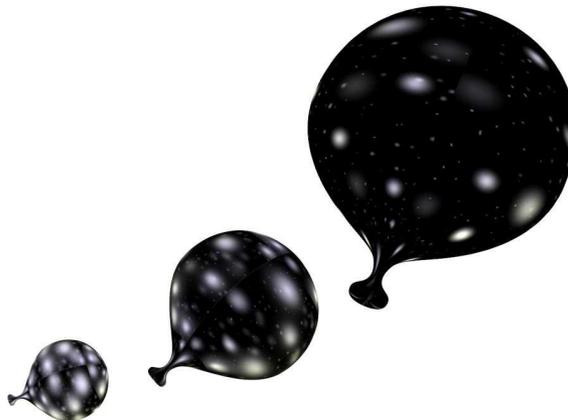
l'expansion cosmique

celle ci ne se manifeste pas par les mouvements apparents des galaxies
(comme l'a toujours cru Hubble en invoquant l'effet Doppler
alors qu'on le crédite, à tort, de l'invention de l'expansion)

selon Lemaître, son caractère général implique
qu'elle n'est pas une propriété de ces objets
mais d'un système beaucoup plus global : l'Univers lui même!

Le modèle De Sitter ignore la matière ! Mais admet les vitesses de récessions
comme conséquence de la gravitation

Le modèle d'Einstein admet la matière, trouve une relation entre la densité et R
mais n'explique pas les récessions



1927 coup de génie : se séparer de l'idée d'Univers statique

contre l'avis des scientifiques suivant l'Univers statique d' Einstein

« Roberston and I had some hesitations to consider non-statical or as Roberston said
« dynamical solutions » but I was better prepared to accept it following an opinion
expressed by Eddington »

Il publie

le 25 avril 1927 dans « les Annales de la Société Scientifique de Bruxelles »

« Un Univers homogène de masse constante
et de rayon croissant, rendant
compte de la vitesse radiale
des nébuleuses extra-galactiques »

texte fondamental de cosmologie ... toujours d'actualité

Reste à voir si Pappus parle d'un événement naturel qu'il l'ait fait, mais on aimerait à en être plus sûr. période où l'on s'accorde à faire vivre Pappus, c'est-à-dire entre 250 et 350, mais relevons deux faits qui ont dû mieux se remarquer à Alexandrie qu'une éclipse de soleil totale dans le Sahara : Daboud, la coïncidence curieuse, et qui ne doit pas être bien fréquente, de cinq éclipses de soleil coup sur coup bien visibles à Alexandrie : 15 mai 291 (à Alexandrie 11,4 pouces); 4 mai 292 (6,5 pouces); 17 septembre 293 (6,7 pouces); 7 septembre 294 (4,7 pouces); 3 mars 295 (8,2 pouces). Cette rencontre avait dû attirer l'attention, et si Pappus n'y songe pas, on peut conjecturer qu'il était passé de mode d'en parler. D'autre part, on ne saurait pas encore à l'éclipse du 6 juin 346, qui allait être autrement caractéristique que celle de 320. Cette dernière n'était que 8,5 pouces à Alexandrie. Or, celle de 346 était totale ou presque. Si la carte de Günzel était rigoureusement exacte, l'échelle est fautive. Si la carte de Günzel est juste au bord de la zone de centralité, continents, et la plus léger flottement met Alexandrie en dehors. En fait, par interpolation dans la table des grandeurs, on trouve que l'occultation atteignait, par 30° long.-est et 31° lat.-nord, entre 11,5 et 11,6 pouces. Comme contre-épreuve, si l'on calcule la limite sud de la zone de centralité, on voit que cette ligne coupe 31° lat. par 29; 60 long. et 30° long. par 31; 36 lat. (*). Les deux résultats s'accordent à contredire la carte. Mais interpoler dans les tables de Günzel, c'est remplacer toutes les courbes par des droites, et l'on peut se demander si le procédé est sûr lorsqu'il s'agit de savoir si la zone de centralité passe par Alexandrie ou bien à 30 km. au nord. Quoi qu'il en soit, les astronomes alexandrins n'ont pas dû aller loin ce jour-là pour voir une éclipse totale. Si Pappus ne l'a pas prise comme exemple, c'est qu'on en était encore trop loin pour que ce fût la mode d'en parler.

Toutes les données s'accordent donc à dater le commentaire de Pappus sur l'Almageste, des environs de 320, et à donner à cette date le même degré de probabilité qu'à celle de 364 assignée à Théon (**).

* and Mondlasterreise. Berlin 1899. Voir aussi les cartes des zones de centralité des éclipses solaires tracées à ces tables, et DE VON OPPOLZEN, Canon der Finsternisse, Vienne 1887.

(*) Voir ci-dessus, p. 2, note (*).

(**) Nos soins à rédiger la présente note sans pouvoir consulter DELAMBRE, Histoire de l'astronomie ancienne (Paris 1817, 2 tomes). Il a trouvé des passages de Théon, montrant que celui-ci a fait des observations en 364 ap. J. C. Notre travail d'établissement du texte n'est pas encore arrivé jusque là. Mais il suffit de confronter les différents manuscrits pour voir que ces passages sont authentiques. Delambre parle (t. 2, p. 500) de l'éclipse de lune du 25 25 novembre 364, et (p. 391) de l'éclipse de soleil du 16 juin 364, que Théon dit avoir vue (cf. GIZERT, op. cit., p. 213). Théon semble bien les avoir

1. GÉNÉRALITÉS.

La théorie de la relativité fait prévoir l'existence d'un univers homogène où non seulement la répartition de la matière est uniforme, mais où toutes les positions de l'espace sont équivalentes, il n'y a pas de centre de gravité. Le rayon R de l'espace est constant, l'espace est elliptique de courbure positive uniforme $1/R^2$, les droites issues d'un même point repassent à leur point de départ après un parcours égal à πR , le volume total de l'espace est fini et égal à $\pi^2 R^3$, les droites sont des lignes fermées parcourant tout l'espace sans rencontrer de frontière (1).

Deux solutions ont été proposées. Celle de DE SITTER ignore la présence de la matière et suppose sa densité nulle. Elle conduit à certaines difficultés d'interprétation sur lesquelles nous aurons l'occasion de revenir, mais son grand intérêt est d'expliquer le fait que les nébuleuses extra-galactiques semblent nous fuir avec une énorme vitesse, comme une simple conséquence des propriétés du champ de gravitation, sans supposer que nous nous trouvons en un point de l'univers doué de propriétés spéciales.

L'autre solution est celle d'EINSTEIN. Elle tient compte du fait évident que la densité de la matière n'est pas nulle et elle conduit à une relation entre cette densité et le rayon de l'univers. Cette relation a fait prévoir l'existence de masses énormément supérieures à tout ce qui était connu lorsque la théorie a été pour la première fois comparée avec les faits. Ces masses ont été depuis découvertes lorsque les distances et les dimensions des nébuleuses extra-galactiques ont pu être établies. Le rayon de l'univers calculé par la formule d'Einstein est d'après les données récentes quelques

observées toutes deux : Il calcule les éléments de l'éclipse de lune (la date Phamenoth 9 donnée par l'éd. de Bâle est une dittographie de la dernière lettre du nom du mois. Tous les mss sont Phamenoth 6, an 1112) puis conclut : ... ἀκολούθως τοῖς κατὰ τὴν τήρησιν γεγενημένοις ἡμῖν τῶν τοιοῦτων χρόνων ἐπιλογισμοῖς. « conformément aux calculs des temps exécutés par nous d'après l'observation » [éd. Bâle, p. 320, tous les mss sont d'accord]. Il est assez naturel de supposer que l'observation en question a été faite sous sa direction, surtout quand on rapproche le passage cité, de cet autre, relatif à l'éclipse de soleil du 16 juin de la même année : καὶ ἐπὶ τὸν μὲν τῆς ἀρχῆς τῆς ἐπιπτώσεως χρόνον ἀσφαλίστατα ἐτηρήσαμεν, « nous avons observé avec grande précision l'heure » du premier contact » [éd. Bâle, p. 332]. Il est inutile d'observer que tout ce qui peut se dire sur Théon, a fatalement un caractère provisoire, tant que le travail d'édition ne sera pas terminé. Le texte de Pappus est établi; on peut donc aborder les questions qui s'y rapportent avec quelque chance de les résoudre.

(1) Nous considérons l'espace simplement elliptique, c'est-à-dire sans antipodes.

ANNALES

DE LA

SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE

DE BRUXELLES

Un univers homogène de masse constante
et de rayon croissant, rendant compte
de la vitesse radiale des nébuleuses
extra-galactiques

Note de M. l'Abbé G. LEMAITRE

LOUVAIN

Secrétariat de la Société Scientifique
II, RUE DES RÉCOLLETS, II
Chèques postaux 38022, F. Willaert

PARIS

Les Presses Universitaires de France
49, BOULEVARD S^t MICHEL, 49
Compte chèques postaux 392-33

1927

Documents provenant des

Archives Lemaître
Université catholique de Louvain
Institut d'astronomie et de géophysique G. Lemaître
2, Chemin du Cyclotron
B-1348 Louvain-la-Neuve - Belgique
☎ +32 (0)10 47 32 97 FAX : +32 (0)10 47 42 22

UN UNIVERS HOMOGENE ^{et croissant} DE RAYON ~~VARIABLE~~ DE MASSE
CONSTANTE, RENDANT COMPTE DE LA VITESSE RADIALE DES NEBULEU-
SES EXTRA-GALACTIQUES.

Note de l'abbé G. Lemaître
I - GENERALITES

La théorie de la relativité fait prévoir l'existence d'un univers homogène où, non seulement la répartition de la matière est uniforme, mais où ~~il~~ toutes les positions dans l'espace sont équivalentes, il n'y a pas de centre de gravité. Le rayon ^R de l'espace est constant, l'espace est elliptique de courbure positive uniforme $1/R^2$, les droites issues d'un même point repassent à leur point de départ après un parcours égal à πR , le volume total de l'espace est fini et égal à $\frac{4}{3}\pi R^3$, les droites sont des lignes fermées parcourant tout l'espace sans rencontrer de frontière.

Nous considérons l'espace simplement elliptique, c'est à dire sans antipodes

Deux solutions ont été proposées. Celle de de Sitter ignore la présence de la matière et suppose sa densité nulle. Elle conduit à certaines difficultés d'interprétation sur lesquelles nous aurons l'occasion de revenir, mais son grand intérêt est d'expliquer le fait que les nébuleuses extra-galactiques semblent nous fuir avec une énorme vitesse, comme une simple conséquence des propriétés du champ de gravitation, sans supposer que nous trouvons en un point de l'univers doué de propriétés spéciales.

L'autre solution est celle d'Einstein. Elle ~~tient~~ tient compte du fait évident que la densité de la matière n'est pas nulle et elle conduit à une relation

« Un Univers homogène de masse constante et de rayon croissant, rendant compte de la vitesse radiale des nébuleuses extra-galactiques »

$$G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu} \cdot R$$

l'inconnue de l'équation d'Einstein est la métrique : $g_{\mu\nu}$

Lemaître reprend la solution d'Einstein sphérique et statique rempli d'un fluide parfait de densité ρ et de pression nulle mais avec la métrique :

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R_E^2 d\sigma^2 \text{ où } R_E \text{ est le rayon constant de l'Univers}$$
$$\text{avec } R_E = 1 / (\lambda_E)^{1/2}$$

$$\lambda_E = \text{constante cosmologique } \lambda_E = 4\pi G\rho/c^2$$

$d\sigma$ = élément de longueur de la sphère en 3D rayon 1

il suppose que le rayon de l'Univers est variable avec le temps t sa métrique est donc :

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R^2(t) d\sigma^2$$

UN UNIVERS HOMOGENE DE MASSE CONSTANTE ET DE RAYON CROISSANT,
RENDANT COMPTE
DE LA VITESSE RADIALE DES NÉBULEUSES EXTRA-GALACTIQUES

Note de M. l'Abbé G. LEMAITRE

1. GÉNÉRALITÉS.

La théorie de la relativité fait prévoir l'existence d'un univers homogène où non seulement la répartition de la matière est uniforme, mais où toutes les positions de l'espace sont équivalentes, il n'y a pas de centre de gravité. Le rayon R de l'espace est constant, l'espace est elliptique de courbure positive uniforme $1/R^2$, les droites issues d'un même point repassent à leur point de départ après un parcours égal à πR , le volume total de l'espace est fini et égal à $\pi^2 R^3$, les droites sont des lignes fermées parcourant tout l'espace sans rencontrer de frontière ⁽¹⁾.

Deux solutions ont été proposées. Celle de DE SITTER ignore la présence de la matière et suppose sa densité nulle. Elle conduit à certaines difficultés d'interprétation sur lesquelles nous aurons l'occasion de revenir, mais son grand intérêt est d'expliquer le fait que les nébuleuses extra-galactiques semblent nous fuir avec une énorme vitesse, comme une simple conséquence des propriétés du champ de gravitation, sans supposer que nous nous trouvons en un point de l'univers doué de propriétés spéciales.

L'autre solution est celle d'EINSTEIN. Elle tient compte du fait évident que la densité de la matière n'est pas nulle et elle conduit à une relation entre cette densité et le rayon de l'univers. Cette relation a fait prévoir l'existence de masses énormément supérieures à tout ce qui était connu lorsque la théorie a été pour la première fois comparée avec les faits. Ces masses ont été depuis découvertes lorsque les distances et les dimensions des nébuleuses extra-galactiques ont pu être établies. Le rayon de l'univers calculé par la formule d'Einstein est d'après les données récentes quelques

⁽¹⁾ Nous considérons l'espace simplement elliptique, c'est-à-dire sans antipodes.

centaines de fois plus grand que la distance des objets les plus éloignés photographiés dans nos télescopes ⁽¹⁾.

Les deux solutions ont donc leurs avantages. L'une s'accorde avec l'observation des vitesses radiales des nébuleuses, l'autre tient compte de la présence de la matière et donne une relation satisfaisante entre le rayon de l'univers et la masse qu'il contient. Il semble désirable d'obtenir une solution intermédiaire qui pourrait combiner les avantages de chacune d'elles.

A première vue, un tel intermédiaire n'existe pas. Un champ de gravitation statique et de symétrie sphérique n'admet que deux solutions, celle d'Einstein et celle de de Sitter, si la matière est uniformément répartie et n'est soumise à aucune pression ou tension intérieure. L'Univers de de Sitter est vide, celui d'Einstein a pu être décrit comme contenant autant de matière qu'il en peut contenir; il est étonnant que la théorie ne puisse fournir un juste milieu entre ces deux extrêmes.

Le paradoxe s'éclaircit lorsqu'on se rend compte que la solution de de Sitter ne répond pas à toutes les nécessités du problème ⁽²⁾. L'espace y est bien homogène, de courbure positive constante; l'espace-temps aussi est homogène, tous les points de l'univers sont parfaitement équivalents; mais la division de l'espace-temps en espace et en temps ne respecte plus l'homogénéité. Les coordonnées choisies introduisent un centre auquel rien ne correspond dans la réalité; un point immobile au centre de l'espace décrit une géodésique de l'univers, un point immobile autre part

⁽¹⁾ Cf. Hubble E. Extra-galactic nebulae, *Ap. J.*, vol. 64, p. 321, 1926. M^r Wilson *Contr.* No 324.

⁽²⁾ Cf. K. LANCZOS. — Bemerkung zur de Sitterschen Welt. *Phys. Zeitschr.*, vol. 23, p. 539, 1922, et H. WEYL. Zur allgemeinen Relativitätstheorie. *Id.*, vol. 24, p. 230, 1923. Nous suivons ici le point de vue de Lanczos. Les lignes d'univers des nébuleuses forment une gerbe de centre idéal et d'hyperplan axial réel; l'espace normal à ces lignes d'univers est formé par les hypersphères équidistantes au plan axial. Cet espace est elliptique, son rayon variable étant minimum à l'instant correspondant au plan axial. Dans l'hypothèse de Weyl, les lignes d'univers sont parallèles dans le passé; les hypersurfaces normales représentant l'espace sont des horosphères, la géométrie de l'espace est donc euclidienne. La distance spatiale entre les nébuleuses augmente au fur et à mesure que les géodésiques parallèles qu'elles décrivent s'écartent l'une de l'autre, proportionnellement à $e^{t/R}$, où t est le temps propre et R le rayon de l'univers. L'effet Doppler est égal à v/R , où v est la distance de la source à l'instant de l'observation. Cf. G. LEMAITRE. Note on de Sitter's universe. *Journal of mathematics and physics*, vol. 4, n° 3, May 1925, ou *Publications du Laboratoire d'Astronomie et de Géodésie de l'Université de Louvain*, vol. 2, p. 37, 1925. Pour la discussion de la partition de de Sitter, voir P. DU VAL: Geometrical note on de Sitter's world. *Phil. Mag.* (6), vol. 47, p. 930, 1924. L'espace est formé d'hyperplans normaux à une droite; temporelle décrite par le centre introduit, les trajectoires des nébuleuses sont les trajectoires orthogonales de ces plans, elles ne sont généralement plus des géodésiques et elles tendent à devenir des lignes de longueur nulle lorsqu'elles s'approchent de l'horizon du centre, c'est-à-dire de l'hyperplan polaire de l'axe central par rapport à l'absolu.

qu'au centre ne décrit pas une géodésique de l'univers. Le choix des coordonnées rompt donc l'homogénéité qui existait dans les données du problème, de là proviennent les résultats paradoxaux qui apparaissent à l'« horizon » du centre. Lorsqu'on introduit des coordonnées et une division correspondante de l'espace et du temps respectant l'homogénéité de l'univers, on trouve que le champ n'est plus statique, on obtient un univers de même forme que celui d'Einstein, mais où le rayon de l'espace au lieu de demeurer invariable varie avec le temps suivant une loi particulière (1).

Pour trouver une solution présentant simultanément les avantages de celle d'Einstein et de celle de de Sitter, nous sommes ainsi conduits à étudier un univers d'Einstein où le rayon de l'espace (ou de l'univers) varie d'une façon quelconque.

2. UNIVERS D'EINSTEIN A RAYON VARIABLE. ÉQUATIONS DU CHAMP DE GRAVITATION. CONSERVATION DE L'ÉNERGIE.

Tout comme pour la solution d'Einstein, nous assimilons l'univers à un gaz très raréfié dont les nébuleuses extra-galactiques forment les molécules ; nous les supposons assez nombreuses pour qu'un volume petit par rapport à l'ensemble de l'univers contienne assez de nébuleuses pour que nous puissions parler de la densité de la matière. Nous ignorons l'influence possible de condensations locales. De plus, nous supposons que la répartition des nébuleuses est uniforme et donc que la densité est indépendante de la position.

Pour une variation arbitraire du rayon de l'univers la densité, uniforme dans l'espace, varie avec le temps. De plus, la matière est, en général, soumise à des tensions qui, à cause de l'homogénéité, se réduisent à une simple pression uniforme dans l'espace et variable avec le temps. La pression est égale aux deux tiers de l'énergie cinétique des molécules, elle est négligeable vis-à-vis de l'énergie condensée dans la matière, il en est de même des pressions intérieures des nébuleuses ou des étoiles qu'elles contiennent ; nous sommes donc conduits à poser $p = 0$. Peut-être

(1) Si on se borne à deux dimensions, une d'espace et une de temps, la division d'espace et de temps utilisée par de Sitter peut être représentée sur une sphère : les lignes d'espace sont fournies par un système de grands cercles se coupant sur un même diamètre et les lignes temporelles sont les parallèles coupant normalement les lignes spatiales. Un de ces parallèles est un grand cercle et donc une géodésique, il correspond au centre de l'espace, le pôle de ce grand cercle est un point singulier correspondant à l'horizon du centre. La représentation doit naturellement être étendue à quatre dimensions et la coordonnée temporelle doit être supposée imaginaire, mais le défaut d'homogénéité résultant du choix des coordonnées subsiste. Les coordonnées respectant l'homogénéité reviennent à prendre pour lignes temporelles un système de méridiens et pour lignes spatiales les parallèles correspondants, alors le rayon de l'espace varie avec le temps.

faudrait-il tenir compte de la pression de radiation de l'énergie rayonnante circulant dans l'espace ; cette énergie est fort faible, mais elle est répartie dans tout l'espace et fournit peut-être une contribution importante à l'énergie moyenne. Nous garderons le terme p dans les équations générales en l'interprétant comme la pression de radiation moyenne de la lumière, mais nous poserons $p = 0$, lorsque nous en viendrons à l'application aux phénomènes astronomiques.

Nous désignons par ρ la densité de l'énergie totale, la densité de l'énergie rayonnante sera $3p$ et la densité de l'énergie concentrée dans la matière est $\delta = \rho - 3p$.

Il faut identifier ρ et $-p$ avec les composantes T^4_4 et $T^1_1 = T^2_2 = T^3_3$ du tenseur d'énergie matérielle et δ avec T . Calculons les composantes du tenseur de Riemann contracté pour un univers d'intervalle

$$ds^2 = - R^2 d\sigma^2 + dt^2 \tag{1}$$

$d\sigma$ est l'élément de longueur d'un espace de rayon égal à un ; le rayon R de l'espace est une fonction du temps. Les équations du champ de gravitation s'écrivent

$$3 \frac{R'^2}{R^2} + \frac{3}{R^2} = \lambda + \kappa \rho \tag{2}$$

et

$$2 \frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2} + \frac{1}{R^2} = \lambda - \kappa p \tag{3}$$

Les accents désignent des dérivées par rapport à t ; λ est la constante cosmologique dont la valeur est inconnue et κ la constante d'Einstein égale à $1,87 \times 10^{-27}$ en unités C. G. S. (8π en unités naturelles).

Les quatre identités exprimant la conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie se réduisent ici à

$$\frac{d\rho}{dt} + \frac{3R'}{R} (\rho + p) = 0 \tag{4}$$

qui exprime la conservation de l'énergie. Cette équation peut donc remplacer (3). Elle est susceptible d'une interprétation intéressante. Introduisant le volume de l'espace $V = \pi^2 R^3$, elle peut s'écrire

$$d(V\rho) + p dV = 0 \tag{5}$$

et elle exprime que la variation de l'énergie totale plus le travail effectué par la pression de radiation est égale à zéro.

3. CAS OÙ LA MASSE TOTALE DE L'UNIVERS DEMEURE CONSTANTE.

Cherchons une solution pour laquelle la masse totale $M = V\delta$ demeure constante. Nous pourrons alors poser

$$\kappa\delta = \frac{\alpha}{R^3} \quad (5)$$

où α est une constante. Tenant compte de la relation

$$\rho = \delta + 3p$$

existant entre les diverses sortes d'énergie, le principe de conservation de l'énergie devient

$$3 d(pR^3) + 3p R^2 dR = 0 \quad (7)$$

dont l'intégration est immédiate; β désignant une constante d'intégration, nous avons

$$\kappa p = \frac{\beta}{R^4} \quad (8)$$

et donc

$$\kappa\rho = \frac{\alpha}{R^3} + \frac{3\beta}{R^4} \quad (9)$$

Substituant dans (2), nous avons à intégrer

$$\frac{R'^2}{R^2} = \frac{\lambda}{3} - \frac{1}{R^2} + \frac{\kappa\rho}{3} = \frac{\lambda}{3} - \frac{1}{R^2} + \frac{\alpha}{3R^3} + \frac{\beta}{R^4} \quad (10)$$

ou

$$t = \int \frac{dR}{\sqrt{\frac{\lambda R^2}{3} - 1 + \frac{\alpha}{3R} + \frac{\beta}{R^2}}} \quad (11)$$

Pour α et β égaux à zéro, nous trouvons la solution de de Sitter (1)

$$R = \sqrt{\frac{3}{\lambda}} \cosh \sqrt{\frac{\lambda}{3}} (t - t_0) \quad (12)$$

La solution d'Einstein s'obtient en posant $\beta = 0$ et R constant. Posant $R' = R'' = 0$ dans (2) et (3), il vient

$$\frac{1}{R^2} = \lambda \quad \frac{3}{R^2} = \lambda + \kappa\rho \quad \rho =$$

donc

$$R = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \quad \kappa\delta = \frac{2}{R^2} \quad (13)$$

et d'après (6)

$$\alpha = \kappa\delta R^3 = \frac{2}{\sqrt{\lambda}} \quad (14)$$

(1) Cf. LANCZOS, l. c.

La solution d'Einstein ne résulte pas de la seule relation (14), il faut en outre que la valeur initiale de R' soit nulle. En effet, écrivant pour simplifier les écritures

$$\lambda = \frac{1}{R_0^2} \quad (15)$$

et posant dans (11) $\beta = 0$ et $\alpha = 2R_0$, il vient

$$t = R_0 \sqrt{3} \int \frac{dR}{R - R_0} \sqrt{\frac{R}{R + 2R_0}} \quad (16)$$

Pour cette solution les deux équations (13) ne seront naturellement plus vérifiées. Si nous écrivons

$$\kappa\delta = \frac{2}{R_E^2} \quad (17)$$

nous aurons d'après (14) et (15)

$$R^3 = R_E^2 R_0 \quad (18)$$

La valeur de R_E , rayon de l'univers déduit de la densité moyenne par la formule d'Einstein (17), a été estimée par Hubble à

$$R_E = 8,5 \times 10^{28} \text{ cm.} = 2,7 \times 10^{10} \text{ parsecs} \quad (19)$$

Nous allons voir que la valeur de R_0 peut se déduire de la vitesse radiale des nébuleuses; R pourra alors être calculé par la formule (18). Nous montrerons ensuite qu'une solution introduisant une relation sensiblement différente de (14) conduirait à des conséquences difficilement admissibles.

4. EFFET DOPPLER DÙ A LA VARIATION DU RAYON DE L'UNIVERS.

D'après la forme (1) de l'intervalle d'univers, l'équation d'un rayon lumineux est

$$\sigma_2 - \sigma_1 = \int_{t_1}^{t_2} \frac{dt}{R} \quad (20)$$

où σ_1 et σ_2 sont les valeurs d'une coordonnée caractérisant la position dans l'espace. Nous pouvons parler du point σ_2 où nous supposons localisé l'observateur et du point σ_1 où se trouve la source de lumière.

Un rayon émis un peu plus tard partira de σ_1 au temps $t_1 + \delta t_1$ et arrivera en σ_2 au temps $t_2 + \delta t_2$. Nous aurons donc

$$\frac{\delta t_2}{R_2} - \frac{\delta t_1}{R_1} = 0, \quad \frac{\delta t_2}{\delta t_1} - 1 = \frac{R_2}{R_1} - 1 \quad (21)$$

où R_1 et R_2 désignent respectivement les valeurs de R aux temps t_1 et t_2 . t est le temps propre; si δt_1 est la période de la lumière émise, δt_2 est la

La solution d'Einstein ne résulte pas de la seule relation (14), il faut en outre que la valeur initiale de R' soit nulle. En effet, écrivant pour simplifier les écritures

$$\lambda = \frac{1}{R_0^2} \quad (15)$$

et posant dans (11) $\beta = 0$ et $\alpha = 2R_0$, il vient

$$t = R_0 \sqrt{3} \int \frac{dR}{R - R_0} \sqrt{\frac{R}{R + 2R_0}} \quad (16)$$

Pour cette solution les deux équations (13) ne seront naturellement plus vérifiées. Si nous écrivons

$$\kappa \delta = \frac{2}{R_E^2} \quad (17)$$

nous aurons d'après (14) et (15)

$$R^3 = R_E^2 R_0 \quad (18)$$

La valeur de R_E , rayon de l'univers déduit de la densité moyenne par la formule d'Einstein (17), a été estimée par Hubble à

$$R_E = 8,5 \times 10^{28} \text{ cm.} = 2,7 \times 10^{10} \text{ parsecs} \quad (19)$$

Nous allons voir que la valeur de R_0 peut se déduire de la vitesse radiale des nébuleuses ; R pourra alors être calculé par la formule (18). Nous montrerons ensuite qu'une solution introduisant une relation sensiblement différente de (14) conduirait à des conséquences difficilement admissibles.

4. EFFET DOPPLER DÙ A LA VARIATION DU RAYON DE L'UNIVERS.

D'après la forme (1) de l'intervalle d'univers, l'équation d'un rayon lumineux est

$$\sigma_2 - \sigma_1 = \int_{t_1}^{t_2} \frac{dt}{R} \quad (20)$$

où σ_1 et σ_2 sont les valeurs d'une coordonnée caractérisant la position dans l'espace. Nous pouvons parler du point σ_2 où nous supposons localisé l'observateur et du point σ_1 où se trouve la source de lumière.

Un rayon émis un peu plus tard partira de σ_1 au temps $t_1 + \delta t_1$ et arrivera en σ_2 au temps $t_2 + \delta t_2$. Nous aurons donc

$$\frac{\delta t_2}{R_2} - \frac{\delta t_1}{R_1} = 0, \quad \frac{\delta t_2}{\delta t_1} - 1 = \frac{R_2}{R_1} - 1 \quad (21)$$

où R_1 et R_2 désignent respectivement les valeurs de R aux temps t_1 et t_2 . t est le temps propre ; si δt_1 est la période de la lumière émise, δt_2 est la

période de la lumière reçue et δt_1 peut encore être considéré comme la période d'une lumière émise dans les mêmes conditions dans le voisinage de l'observateur. En effet, la période de la lumière émise dans des conditions physiques semblables doit être partout la même lorsqu'elle est exprimée en temps propre.

$$\frac{v}{c} = \frac{\delta t_2}{\delta t_1} - 1 = \frac{R_2}{R_1} - 1 \quad (22)$$

mesure donc l'effet Doppler apparent dû à la variation du rayon de l'univers. Il est égal à l'excès sur l'unité du rapport des rayons de l'univers à l'instant où la lumière est reçue et à l'instant où elle est émise. v est la vitesse de l'observateur qui produirait le même effet. Lorsque la source est suffisamment proche nous pouvons écrire approximativement

$$\frac{v}{c} = \frac{R_2 - R_1}{R_1} = \frac{dR}{R} = \frac{R'}{R} dt = \frac{R'}{R} r$$

où r est la distance de la source. Nous avons donc

$$\frac{R'}{R} = \frac{v}{cr}$$

loi de Hubble !
(23)
en 1927

Les vitesses radiales de 43 nébuleuses extra-galactiques sont données par Strömberg (1).

La grandeur apparente m de ces nébuleuses se trouve dans le travail de Hubble. Il est possible d'en déduire leur distance, car Hubble a montré que les nébuleuses extra-galactiques sont de grandeurs absolues sensiblement égales (grandeur — 15,2 à 10 parsecs, les écarts individuels pouvant atteindre deux grandeurs en plus ou en moins), la distance r exprimée en parsecs est alors donnée par la formule $\log r = 0,2m + 4,04$.

On trouve une distance de l'ordre de 10^6 parsecs, variant de quelques dixièmes à 3,3 millions de parsecs. L'erreur probable résultant de la dispersion en grandeur absolue est d'ailleurs considérable. Pour une différence de grandeur absolue de deux grandeurs en plus ou en moins, la distance passe de 0,4 à 2,5 fois la distance calculée. De plus, l'erreur à craindre est proportionnelle à la distance. On peut admettre que pour une distance d'un million de parsecs, l'erreur résultant de la dispersion en grandeur est du même ordre que celle résultant de la dispersion en vitesse. En effet, une différence d'éclat d'une grandeur correspond à une vitesse propre de 300 Km. égale à la vitesse propre du soleil par rapport aux nébuleuses. On peut espérer éviter une erreur systématique en donnant aux observations un poids proportionnel à $\frac{1}{\sqrt{1+r^2}}$, où r est la distance en millions de parsecs.

(1) Analysis of radial velocities of globular clusters and non galactic nebulae. *Ap. J.* Vol. 61, p. 353, 1925. *M. Wilson Contr.* N° 292.

période de la lumière reçue et δl_1 peut encore être considéré comme la période d'une lumière émise dans les mêmes conditions dans le voisinage de l'observateur. En effet, la période de la lumière émise dans des conditions physiques semblables doit être partout la même lorsqu'elle est exprimée en temps propre.

$$\frac{v}{c} = \frac{\delta l_2}{\delta l_1} - 1 = \frac{R_2}{R_1} - 1 \quad (22)$$

mesure donc l'effet Doppler apparent dû à la variation du rayon de l'univers. Il est égal à l'excès sur l'unité du rapport des rayons de l'univers à l'instant où la lumière est reçue et à l'instant où elle est émise. v est la vitesse de l'observateur qui produirait le même effet. Lorsque la source est suffisamment proche nous pouvons écrire approximativement

$$\frac{v}{c} = \frac{R_2 - R_1}{R_1} = \frac{dR}{R} = \frac{R'}{R} dt = \frac{R'}{R} r$$

où r est la distance de la source. Nous avons donc

$$\frac{R'}{R} = \frac{v}{cr} \quad (23)$$

Les vitesses radiales de 43 nébuleuses extra-galactiques sont données par Strömberg (1).

La grandeur apparente m de ces nébuleuses se trouve dans le travail de Hubble. Il est possible d'en déduire leur distance, car Hubble a montré que les nébuleuses extra-galactiques sont de grandeurs absolues sensiblement égales (grandeur - 15,2 à 10 parsecs, les écarts individuels pouvant atteindre deux grandeurs en plus ou en moins), la distance r exprimée en parsecs est alors donnée par la formule $\log r = 0,2m + 4,04$.

On trouve une distance de l'ordre de 10^6 parsecs, variant de quelques dixièmes à 3,3 millions de parsecs. L'erreur probable résultant de la dispersion en grandeur absolue est d'ailleurs considérable. Pour une différence de grandeur absolue de deux grandeurs en plus ou en moins, la distance passe de 0,4 à 2,5 fois la distance calculée. De plus, l'erreur à craindre est proportionnelle à la distance. On peut admettre que pour une distance d'un million de parsecs, l'erreur résultant de la dispersion en grandeur est du même ordre que celle résultant de la dispersion en vitesse. En effet, une différence d'éclat d'une grandeur correspond à une vitesse propre de 300 Km. égale à la vitesse propre du soleil par rapport aux nébuleuses. On peut espérer éviter une erreur systématique en donnant aux observations un poids proportionnel à $\frac{1}{\sqrt{1+r^2}}$, où r est la distance en millions de parsecs.

(1) Analysis of radial velocities of globular clusters and non galactic nebulae. *Ap. J.* Vol. 61, p. 353, 1925. *M. Wilson Contr.* N° 292.

Utilisant les 42 nébuleuses figurant dans les listes de Hubble et de Strömberg (1), et tenant compte de la vitesse propre du soleil (300 Km. dans la direction $\alpha = 315^\circ$, $\delta = 62^\circ$), on trouve une distance moyenne de 0,95 millions de parsecs et une vitesse radiale de 600 Km./sec, soit 625 Km./sec à 10^6 parsecs (2).

Nous adopterons donc

$$\frac{R'}{R} = \frac{v}{rc} = \frac{625 \times 10^5}{10^6 \times 3,08 \times 10^{18} \times 3 \times 10^{10}} = 0,68 \times 10^{-27} \text{ cm}^{-1} \quad (24)$$

Cette relation nous permet de calculer R_0 . Nous avons en effet par (16)

$$\frac{R'}{R} = \frac{1}{R_0 \sqrt{3}} \sqrt{1 - 3y^2 + 2y^3} \quad (25)$$

où nous avons posé

$$y = \frac{R_0}{R} \quad (26)$$

D'autre part, d'après (18) et (26),

$$R_0^2 = R_*^2 y^3 \quad (27)$$

et donc

$$3 \left(\frac{R'}{R} \right)^2 R_*^2 = \frac{1 - 3y^2 + 2y^3}{y^3} \quad (28)$$

Introduisant les valeurs numériques de $\frac{R'}{R}$ (24) et de R_* (19), il vient :

$$y = 0,0465.$$

On a alors :

$$R = R_* \sqrt{y} = 0,215 R_* = 1,83 \times 10^{28} \text{ cm.} = 6 \times 10^9 \text{ parsecs}$$

$$R_0 = Ry = R_* y^{\frac{3}{2}} = 8,5 \times 10^{26} \text{ cm.} = 2,7 \times 10^8 \text{ parsecs}$$

$$= 9 \times 10^8 \text{ années de lumière.}$$

(1) Il n'est pas tenu compte de N. G. C. 5194 qui est associé à N. G. C. 5195. L'introduction des nuées de Magellan serait sans influence sur le résultat.

(2) En ne donnant pas de poids aux observations, on trouverait 670 Km./sec à $1,16 \times 10^6$ parsecs, 575 Km./sec à 10^6 parsecs. Certains auteurs ont cherché à mettre en évidence la relation entre v et r et n'ont obtenu qu'une très faible corrélation entre ces deux grandeurs. L'erreur dans la détermination des distances individuelles est du même ordre de grandeur que l'intervalle que couvrent les observations et la vitesse propre des nébuleuses (en toute direction) est grande (300 Km./sec. d'après Strömberg), il semble donc que ces résultats négatifs ne sont ni pour ni contre l'interprétation relativistique de l'effet Doppler. Tout ce que l'imprécision des observations permet de faire est de supposer v proportionnel à r et d'essayer d'éviter une erreur systématique dans la détermination du rapport v/r . Cf. LUNDMARK. The determination of the curvature of space time in de Sitter's world *M. N.*, vol. 84, p. 747, 1924, et STRÖMBERG, *l. c.*

L'intégrale (16) se calcule facilement. Posant

$$x^2 = \frac{R}{R + 2R_0} \quad (29)$$

elle s'écrit

$$t = R_0 \sqrt{3} \int \frac{4x^2 dx}{(1-x^2)(3x^2-1)} = R_0 \sqrt{3} \log \frac{1+x}{1-x} + R_0 \log \frac{\sqrt{3}x-1}{\sqrt{3}x+1} + C \quad (30)$$

Si nous désignons par σ la fraction du rayon de l'univers parcourue par la lumière au temps t , nous avons aussi par (20) :

$$\sigma = \int \frac{dt}{R} = \sqrt{3} \int \frac{2dx}{3x^2-1} = \log \frac{\sqrt{3}x-1}{\sqrt{3}x+1} + C'. \quad (31)$$

Nous donnons ci-dessous une table de σ et t en fonction de $\frac{R}{R_0}$.

$\frac{R}{R_0}$	$\frac{t}{R_0}$	σ		$\frac{v}{c}$
		RADIANS	DEGRÉS	
1	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	19
2	-4,31	-0,889	-51°	9
3	-3,42	-0,521	-30°	5½
4	-2,86	-0,359	-21°	4
5	-2,45	-0,266	-15°	3
10	-1,21	-0,087	-5°	1
15	-0,50	-0,029	-1°7	½
20	0	0	0	0
25	0,39	0,017	1°	
∞	∞	0,087	5°	

Les constantes d'intégration sont choisies de telle sorte que σ et t soient nuls pour $\frac{R}{R_0} = 20$ au lieu de 21,5. La dernière colonne donne l'effet Doppler calculé par la formule (22). D'après la formule approchée (23) $\frac{v}{c}$ serait proportionnel à r et donc à σ . L'erreur commise en adoptant cette équation n'est que de cinq millièmes pour $\frac{v}{c} = 1$. Elle peut donc être employée tant que le spectre reste visible.

5. SIGNIFICATION DE LA RELATION (14).

Nous avons introduit la relation (14) entre les constantes α et λ d'après la solution d'Einstein. Cette relation est la condition pour que l'expression sous le radical au dénominateur de l'intégrale (11) admette une racine double R_0 donnant par intégration un terme logarithmique. Pour des racines simples, on obtiendrait par intégration une racine carrée et la valeur de R correspondante serait un minimum comme dans la solution (12) de de Sitter. Ce minimum se produirait généralement à une époque de l'ordre de R_0 , soit 10' années, c'est-à-dire à une époque récente à l'échelle de l'évolution stellaire. Il semble donc que la relation existant entre les constantes α et λ doit être voisine de (14) pour laquelle ce minimum est rejeté à l'époque moins l'infini (1).

6. CONCLUSION.

Nous avons obtenu une solution qui vérifie les conditions suivantes :

1. La masse de l'univers est constante et est liée à la constante cosmologique par la relation d'Einstein

$$\sqrt{\lambda} = \frac{2\pi^2}{\kappa M} = \frac{1}{R_0}$$

2. Le rayon de l'univers croît sans cesse depuis une valeur asymptotique R_0 pour $t = -\infty$.

3. L'éloignement des nébuleuses extra-galactiques est un effet cosmique dû à l'expansion de l'espace et permettant de calculer le rayon R_0 par les formules (24) et (25) ou approximativement par $R_0 = \frac{rc}{v\sqrt{3}}$.

4. Le rayon de l'univers est du même ordre de grandeur que le rayon R_E déduit de la densité par la formule d'Einstein. On a

$$R = R_E \sqrt[3]{\frac{R_0}{R_E}} = \frac{1}{5} R_E$$

Cette solution concilie les avantages de celles de de Sitter et d'Einstein.

Remarquons que la plus grande partie de l'univers est à jamais hors de notre atteinte. La portée du grand télescope du Mont Wilson est estimée par Hubble à 5×10^7 parsecs soit $\frac{1}{120}R$, l'effet Doppler correspondant est déjà de 3000 Km/sec. Pour une distance de 0,087R, il est égal à un, toute la lumière visible est rejetée dans l'infra-rouge. Il est impossible que se

(1) Si les racines positives devenaient imaginaires, le rayon varierait à partir de zéro, la variation étant ralentie au voisinage du module des racines imaginaires. Pour une relation sensiblement différente de (14), ce ralentissement serait faible et la durée de l'évolution à partir de $R = 0$ serait encore de l'ordre de R_0 .

5. SIGNIFICATION DE LA RELATION (14).

Nous avons introduit la relation (14) entre les constantes α et λ d'après la solution d'Einstein. Cette relation est la condition pour que l'expression sous le radical au dénominateur de l'intégrale (11) admette une racine double R_0 donnant par intégration un terme logarithmique. Pour des racines simples, on obtiendrait par intégration une racine carrée et la valeur de R correspondante serait un minimum comme dans la solution (12) de de Sitter. Ce minimum se produirait généralement à une époque de l'ordre de R_0 , soit 10¹ années, c'est-à-dire à une époque récente à l'échelle de l'évolution stellaire. Il semble donc que la relation existant entre les constantes α et λ doit être voisine de (14) pour laquelle ce minimum est rejeté à l'époque moins l'infini (1).

6. CONCLUSION.

Nous avons obtenu une solution qui vérifie les conditions suivantes :

1. La masse de l'univers est constante et est liée à la constante cosmologique par la relation d'Einstein

$$\sqrt{\lambda} = \frac{2\pi^2}{\kappa M} = \frac{1}{R_0}$$

2. Le rayon de l'univers croît sans cesse depuis une valeur asymptotique R_0 pour $t = -\infty$.

3. L'éloignement des nébuleuses extra-galactiques est un effet cosmique dû à l'expansion de l'espace et permettant de calculer le rayon R_0 par les

formules (24) et (25) ou approximativement par $R_0 = \frac{rc}{v\sqrt{3}}$.

4. Le rayon de l'univers est du même ordre de grandeur que le rayon R_E déduit de la densité par la formule d'Einstein. On a

$$R = R_E \sqrt[3]{\frac{R_0}{R_E}} = \frac{1}{5} R_E$$

Cette solution concilie les avantages de celles de de Sitter et d'Einstein.

Remarquons que la plus grande partie de l'univers est à jamais hors de notre atteinte. La portée du grand télescope du Mont Wilson est estimée par Hubble à 5×10^7 parsecs soit $\frac{1}{120}R$, l'effet Doppler correspondant est déjà de 3000 Km/sec. Pour une distance de $0,087R$, il est égal à un, toute la lumière visible est rejetée dans l'infra-rouge. Il est impossible que se

(1) Si les racines positives devenaient imaginaires, le rayon varierait à partir de zéro, la variation étant ralentie au voisinage du module des racines imaginaires. Pour une relation sensiblement différente de (14), ce ralentissement serait faible et la durée de l'évolution à partir de $R = 0$ serait encore de l'ordre de R_0 .

forment des images fantômes des nébuleuses ou des soleils parce que, si même aucune absorption ne se produisait, ces images seraient rejetées de plusieurs octaves dans l'infra-rouge et ne pourraient être observées.

Il resterait à se rendre compte de la cause de l'expansion de l'univers. Nous avons vu que la pression de radiation travaille lors de l'expansion. Ceci semble suggérer que cette expansion a été produite par la radiation elle-même. Dans un univers statique la lumière émise par la matière parcourt l'espace fermé, revient à son point de départ et s'accumule sans cesse. Il semble que là doit être cherchée l'origine de la vitesse d'expansion R'/R qu'Einstein supposait nulle et qui dans notre interprétation est observée comme vitesse radiale des nébuleuses extragalactiques.

et donc

$$\kappa p = \frac{\alpha}{R^3} + \frac{3\beta}{R^4} \quad (9)$$

Substituant dans ~~eq~~ (2), nous avons à intégrer

$$\frac{R'}{R^2} = \frac{\lambda}{3} - \frac{1}{R^2} + \frac{\kappa p}{3} = \frac{\lambda}{3} - \frac{1}{R^2} + \frac{\alpha}{3R^3} + \frac{\beta}{R^4} \quad (10)$$

32

ou

$$t = \int \frac{dR}{\sqrt{\frac{\lambda R^2}{3} - 1 + \frac{\alpha}{3R} + \frac{\beta}{R^2}}} \quad (11)$$

Négliger la pression de radiation revient à poser $\beta = 0$

Pour α et β égaux à zéro, nous trouvons la solution de de Sitter

$$R = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \cosh \frac{(t-t_0)}{\sqrt{\lambda}} \quad (12)$$

Pour R constant et p nul, nous obtenons la solution d'Einstein

$$\kappa p = \kappa \delta = \frac{2}{R^2}, \quad \lambda = \frac{1}{R^2}, \quad \alpha = \frac{2}{\sqrt{\lambda}} \quad (13)$$

Pour α compris entre 0 et $\frac{2}{\sqrt{\lambda}}$, nous avons une solution intermédiaire entre celle d'Einstein et celle de de Sitter pour laquelle la masse totale de l'univers demeure constante.

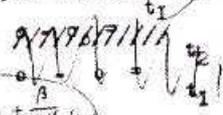
$\alpha = \frac{2}{\sqrt{\lambda}}$ et pour une valeur initiale de R' différent de zéro.

4 - EFFET DOPPLER DU A LA VARIATION DU RAYON DE L'UNIVERS -VERS.

Le principal intérêt de la solution de de Sitter est d'expliquer la vitesse d'éloignement des nébuleuses comme un effet cosmique. Calculons donc cet effet ~~par~~ dans le cas général où le rayon varie d'une façon quelconque

D'après la forme (1) de l'intervalle d'Univers, l'équation d'un rayon lumineux est

$$\frac{R'^2}{R^2} = \frac{\lambda}{3} - \frac{1}{R^2} + \frac{\kappa p}{3} = \frac{\lambda}{3} - \frac{1}{R^2} + \frac{\alpha}{3R^3} + \frac{\beta}{R^4} \quad (10)$$



Einstein, De Sitter et Friedmann avaient pris pour hypothèse :
le terme de pression $\rho = 0$

Lemaître introduit la pression

le modèle De Sitter ignore la matière ! mais montre que les vitesses de récession des nébuleuses spirales sont la conséquences du champ gravitationnel

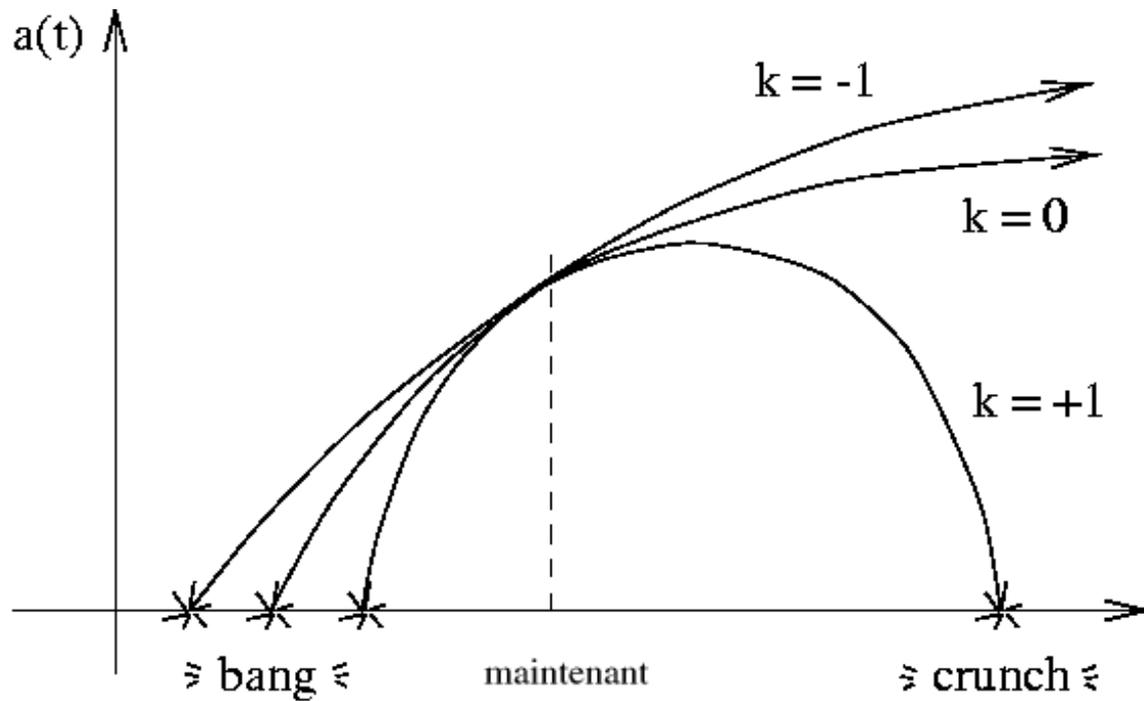
le modèle Einstein admet la matière et démontre une relation entre la densité de matière et le facteur d'échelle. Mais n'explique pas la vitesse de récession des nébuleuses spirales.

le modèle Lemaître montre que R est fonction du temps et que $R(t)$ augmente indéfiniment en fonction du temps
il suppose la conservation de l'énergie et inclut la pression de radiation et le terme de densité de matière
Lemaître souligne l'importance de la pression au début de l'Univers
Gamov reprendra l'idée

le modèle de Lemaître :

Univers de courbure positive en expansion monotone,
à densité et à pression non nulles

s'approche asymptotiquement du modèle Einstein en remontant le temps



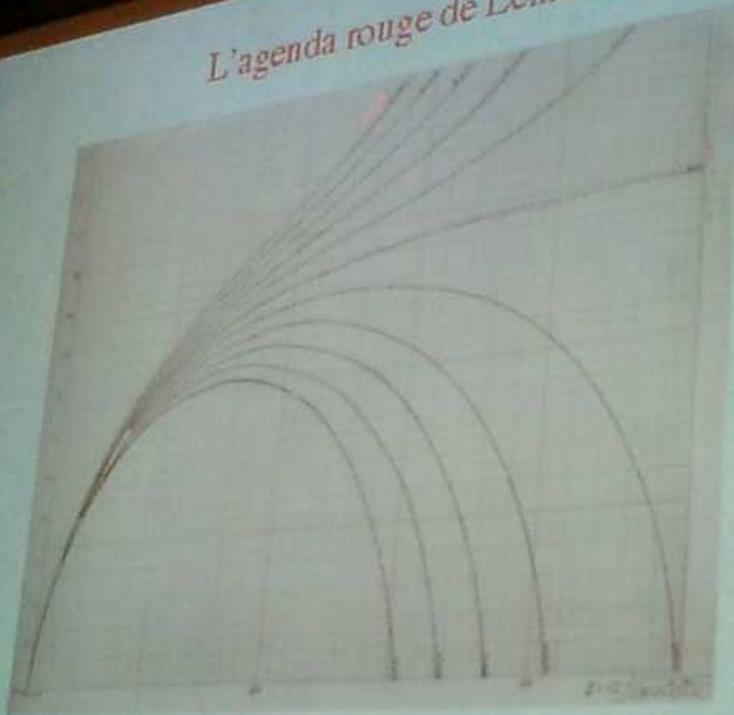
Lemaître a donc montré pour la première fois que :

« les vitesses de récessions des nébuleuses extragalactiques sont la conséquence
 « de l'expansion de l'Univers dans le cadre de la Relativité Générale »

JP Luminet

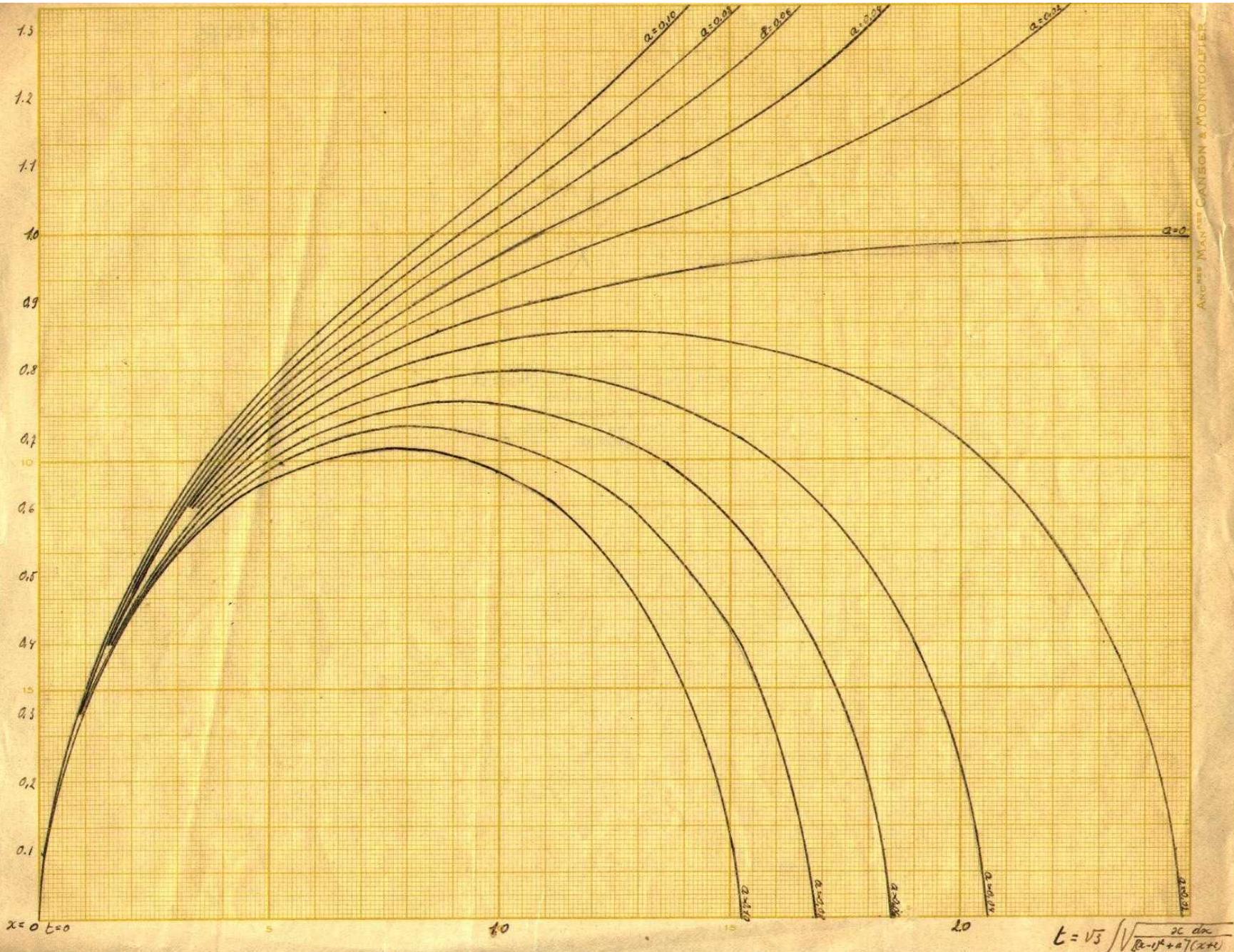
le temps des séminaires
(au séminaire !)

L'agenda rouge de Lemaître (1927)

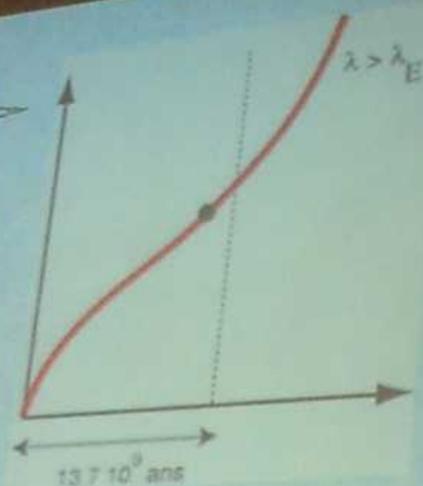
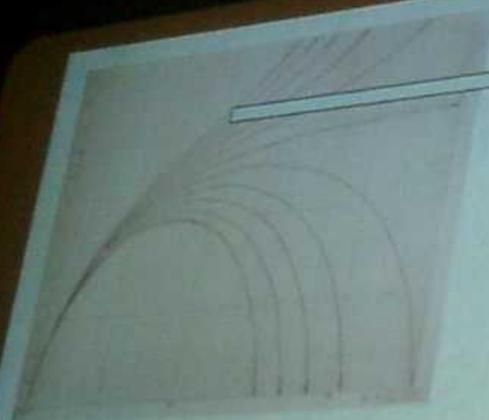


$k=+1$
topologie
elliptique

évolution temporelle du facteur d'échelle
en fonction de la constante cosmologique
(espace de courbure positive)
les mesures actuelles donnent la courbe du haut



Assoc. MATH. RES. CARNEGIE & MONTGOMERY



$k=+1$, topologie elliptique
(Lemaître, 1927)

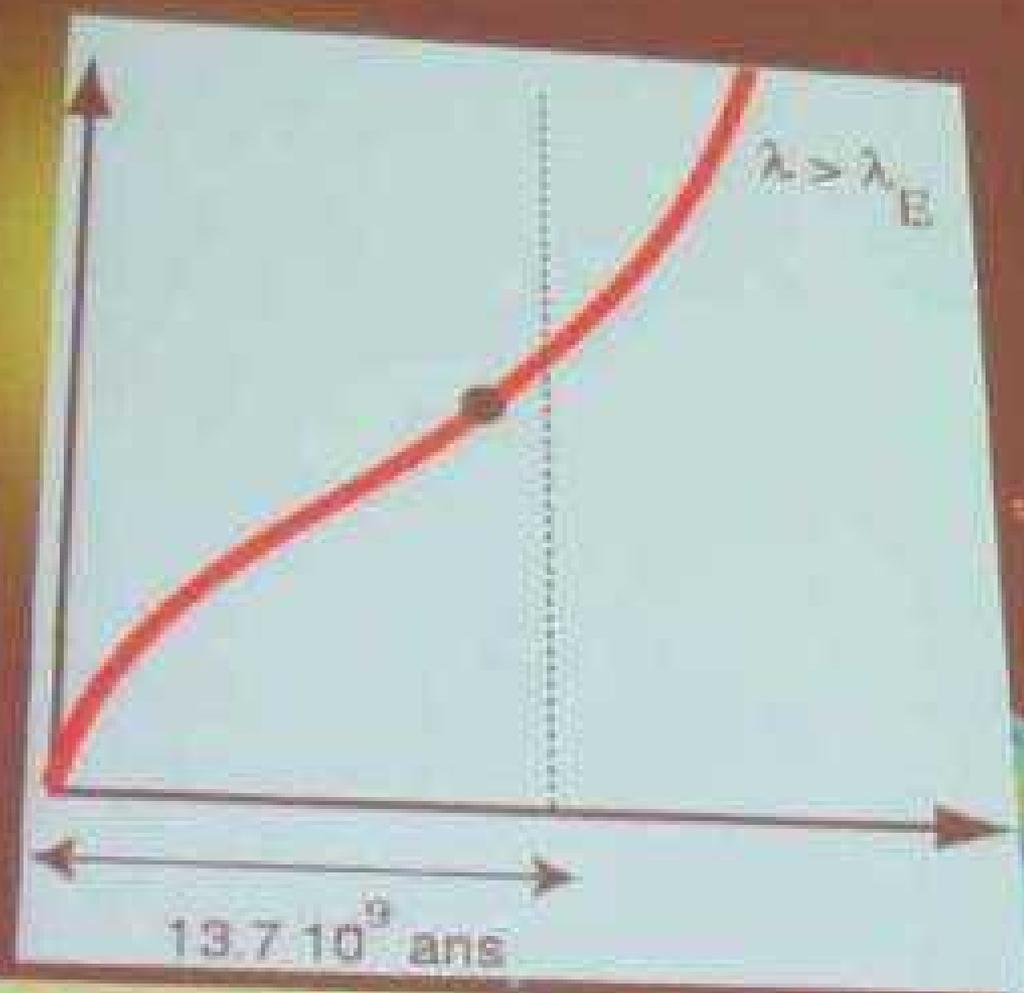
Modèle de *Lemaître-Poincaré* (*Luminet et al.*, 2003)

Courbure : $k = +1$ (espace sphérique)

Topologie : Espace *dodécaédrique* de Poincaré

Matière-énergie : $\Omega_m = 0.28$; $\Omega_\Lambda = 0.73$

Dynamique : *expansion perpétuelle accélérée*



Concordance model

scale increasing slowly / decreasing

GMB

- Espace « plat » infini (monoconnexe) ($k = 0$)
- Densité d'énergie : $\Omega_{tot} = 1.00$ ($\Omega_m = 0.28, \Omega_\Lambda = 0.72$)
- Expansion accélérée

Titre des 21 conférences

Théorie des radiations et Quanta (1911)

La structure de la matière (1913)

Atomes et électrons (1921)

Conductivité électrique des métaux et problèmes reliés (1924)

Electrons et photons (1927)

Magnétisme (1930)

Structure et propriétés du noyau (1933)

Particules élémentaires (1948)

L'état solide (1951)

Electrons dans les métaux (1954)

Structure et évolution de l'Univers (1958)

Théorie quantique des champs (1961)

Structure et évolution des galaxies (1964)

Problèmes fondamentaux Physique des particules (1967)

Symétries des noyaux (1970)

Astrophysique et gravitation (1973)

Ordre et fluctuations méca. quantique en équilibre (1978)

Physique des hautes énergies (1982)

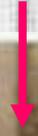
Sciences des surfaces (1987)

Optique quantique (1991)

Description probabiliste des méca. Quantique et classique (1998)



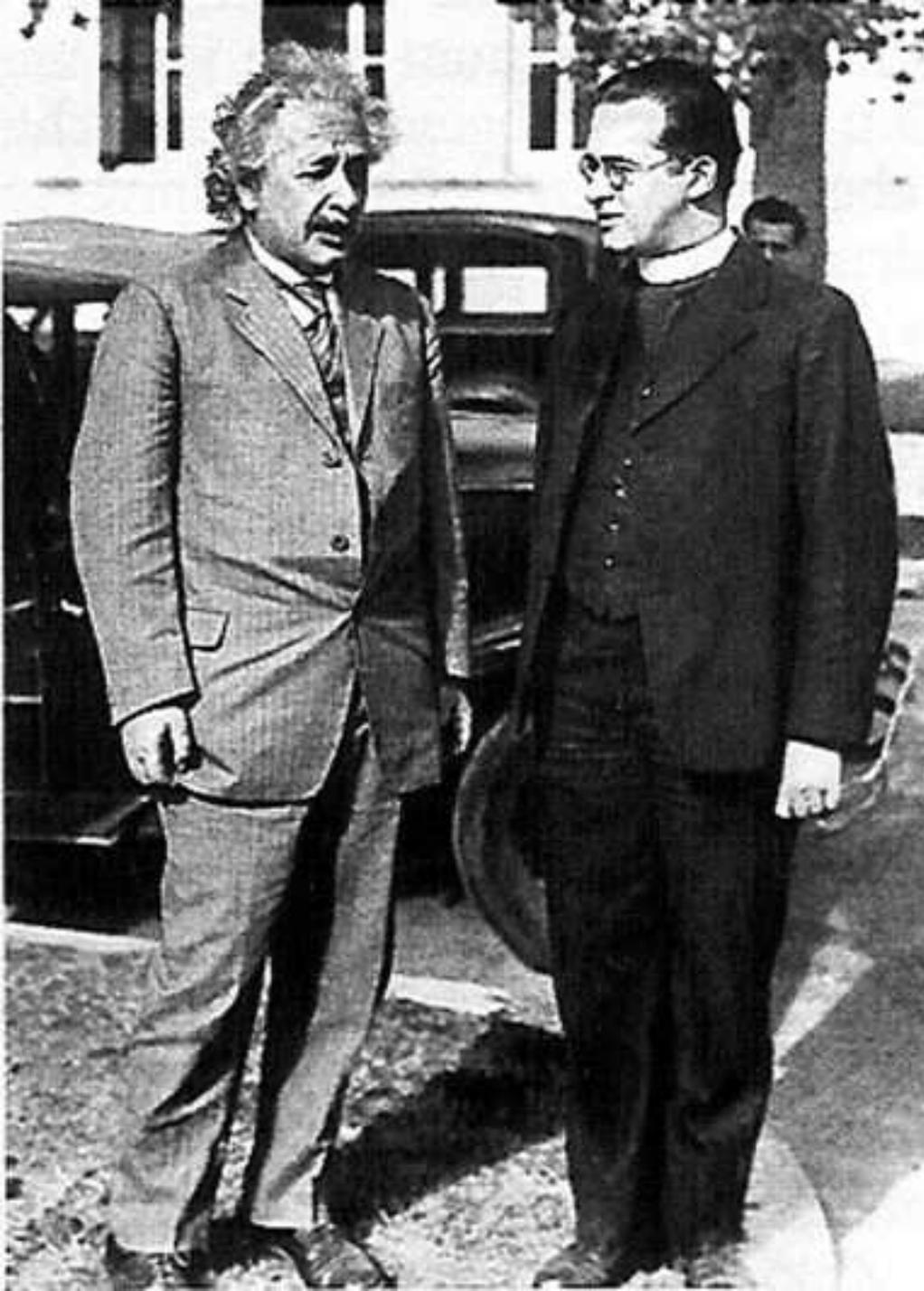
De DONDER



Université libre de Bruxelles

	A. PICCARD	E. HENRIOT	P. EHRENFEST	Ed. HERZEN	Th. DE DONDER	E. SCHRÖDINGER	E. VERSCHAFFELT	W. PAULI	W. HEISENBERG	R.H. FOWLER	L. BRILLOUIN
P. DEBYE	M. KNUDSEN	W.L. BRAGG	H.A. KRAMERS	P.A.M. DIRAC	A.H. COMPTON	L. de BROGLIE	M. BORN			N. BOHR	
I. LANGMUIR	M. PLANCK	Mrs. CURIE	H.A. LORENTZ	A. EINSTEIN	P. LANGEVIN	Ch.E. GUYE	C.T.R. WILSON	O.W. RICHARDSON			

5 ième congrès Solvay à Bruxelles 24-29 octobre 1927
première rencontre Lemaître-Einstein avec Piccard



pendant le Congrès Solvay de 1927

Lemaître parle d'expansion de l'Univers avec Einstein qui lui apprend les travaux de Freidmann

Einstein ignore les résultats de Hubble
Lemaître lui dit que :

l'expansion du rayon R de l'Univers varie avec le temps fonction $R(t)$

c'est un processus sous l'action de 2 forces antagonistes:
gravitationnelle (avec potentiel en $1/R$)
et répulsive (potentiel en $1/R^2$)

Einstein reste sur son Univers statique

1929 Hubble publie

« a Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae
avec les travaux de Slipher sur les vitesses et ceux d'Humason sur les redshift



Hubble, père du big bang??

Hubble n'a pas admis l'expansion de l'Univers
alors qu'on lui en prête la découverte!
pour lui, le redshift vient d'un effet Doppler

• « *The realm of nebulae* (1936) : « l'auteur du présent ouvrage est au premier chef un observateur ».

• Sur 202 pages, l'interprétation théorique des observations occupe la page 198.

• Friedmann, Robertson et Milne (cosmologie newtonienne) sont cités, pas Lemaître.

• Hubble considère le décalage spectral comme un pur effet Doppler (dû à une vitesse de fuite propre des galaxies) et non pas comme un effet de l'expansion

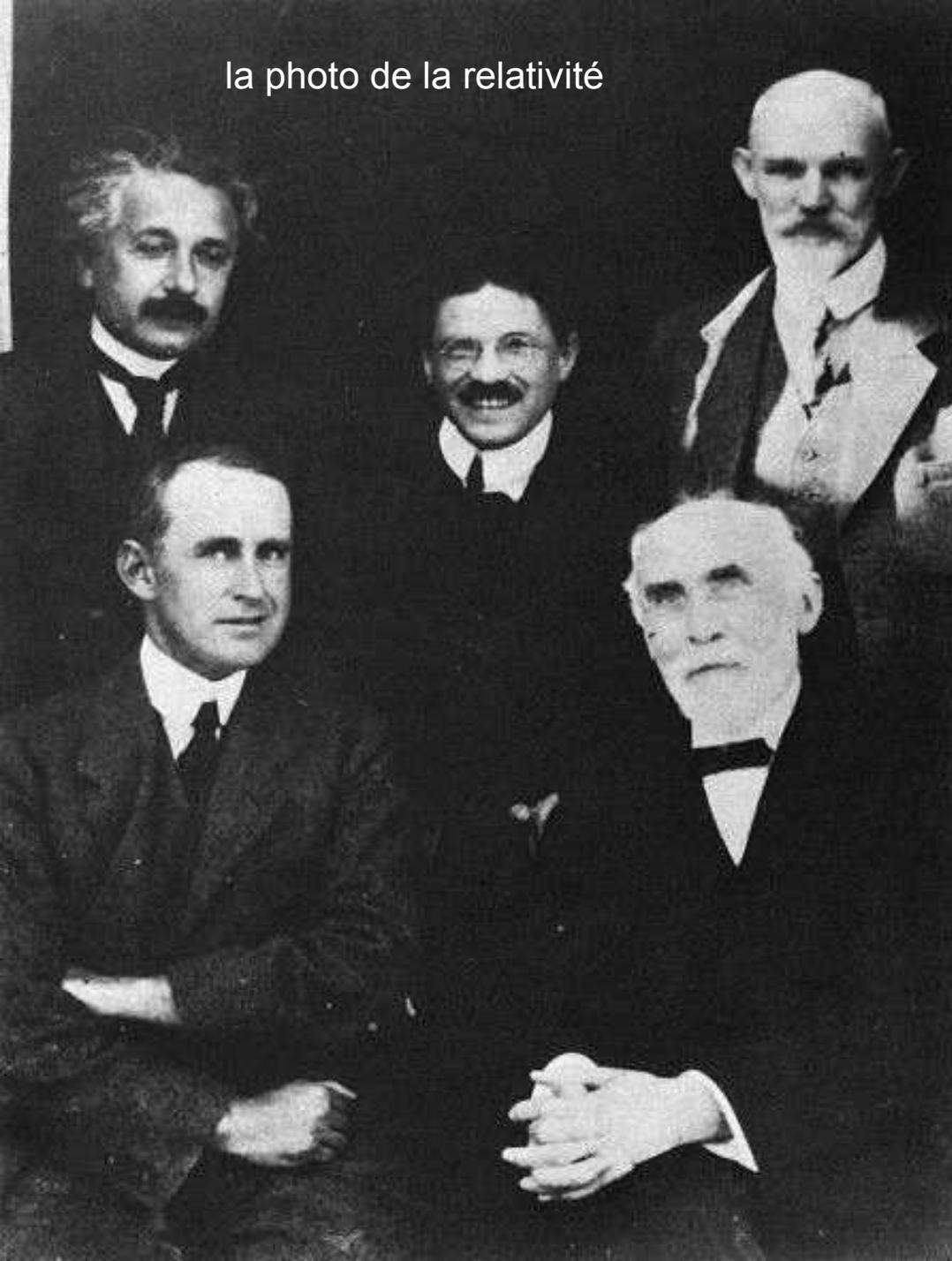
1930 Einstein admet l'expansion de l'Univers

Eddington démontre l'instabilité de l'Univers statique d'Einstein
une petite perturbation de matière implique
une variation du « rayon » avec le temps

Einstein reconnaît son erreur et publie un article:
« Zum kosmologischen Problem der allgemeinen Relativitätstheorie »
il supprime sa constante cosmologique
il cite Hubble, Friedmann ... mais pas Lemaître.



la photo de la relativité



10/01/1930 de Sitter **doute de l'Univers statique d'Einstein** en désaccord avec les données observationnelles

Eddington et Mc Vittie cherchent des **modèles dynamiques** (avec Robertson qui publie en 1929 une métrique générale)
Lemaître est averti de la démarche **en lisant la revue Observatory**

Lemaître envoie des copies de son article de 1927 en disant que le problème est résolu par lui depuis 1927 !
Eddington envoie un double à de Sitter (Peebles retrouve la lettre!)

loi de Hubble? loi de Lemaître? loi de Lemaître-Hubble?

translate into english:

Utilisant les 42 nébuleuses figurant dans les listes de Hubble et de Strömberg ⁽¹⁾, et tenant compte de la vitesse propre du soleil (300 Km. dans la direction $\alpha = 315^\circ$, $\delta = 62^\circ$), on trouve une distance moyenne de 0,95 millions de parsecs et une vitesse radiale de 600 Km./sec, soit 625 Km./sec à 10^6 parsecs ⁽²⁾.

Nous adopterons donc

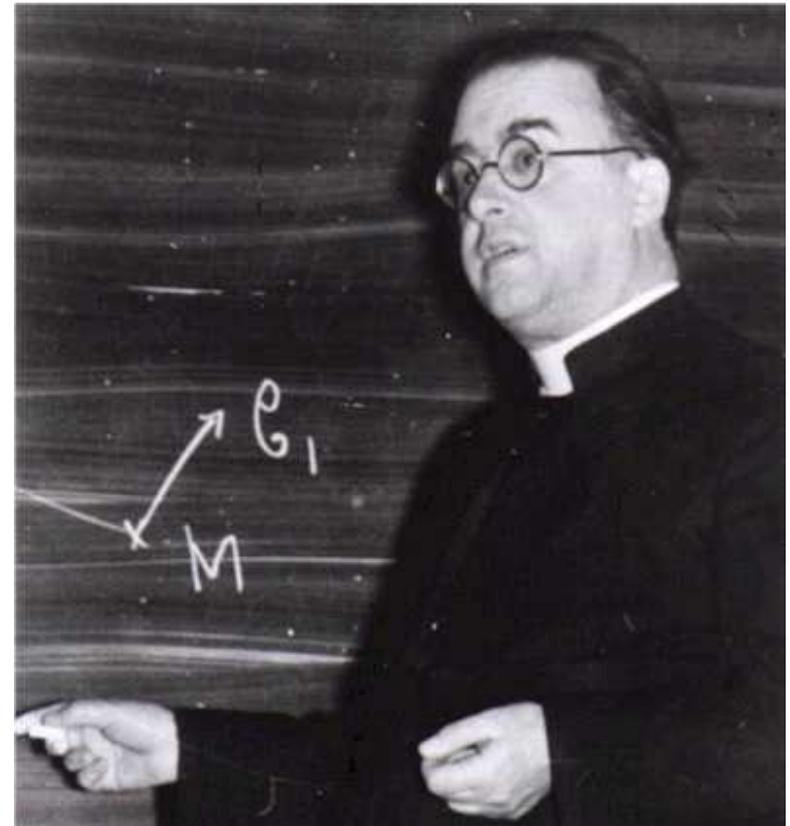
$$\frac{R'}{R} = \frac{v}{rc} = \frac{625 \times 10^5}{10^6 \times 3,08 \times 10^{18} \times 3 \times 10^{10}} = 0,68 \times 10^{-27} \text{ cm}^{-1} \quad (24)$$

by:

« from a discussion of available data, we adopt $R'/R = 0.68 \times 10^{-27} \text{ cm}^{-1}$ (Eq.24) »

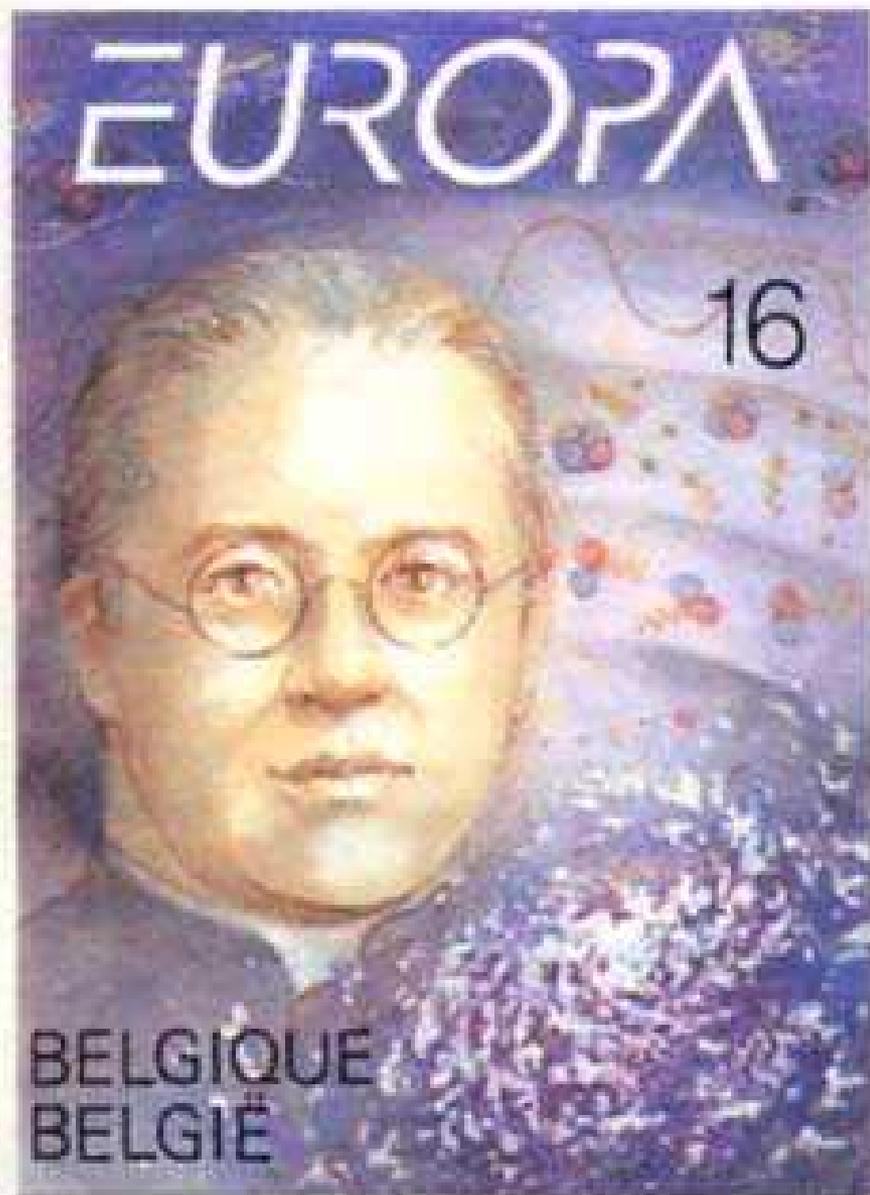
une omission de traduction ?...

$$v = Hd \text{ qui?}$$



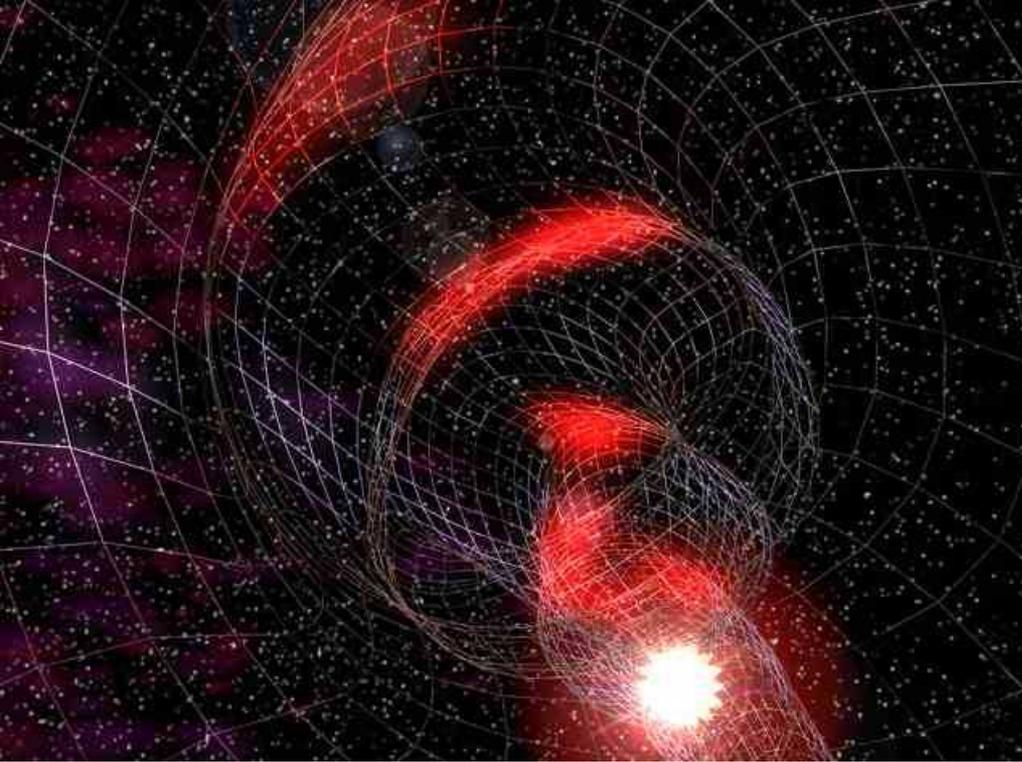
- « Il est prouvé que Lemaître a prédit ce que Hubble a patiemment redécouvert empiriquement
- « la fameuse loi devrait pour le moins porter les deux noms
- « Hubble, auquel est systématiquement attribuée la paternité de l'expansion de l'Univers, n'a admis qu'avec beaucoup de réticence que la récession des galaxies puisse résulter de l'expansion de l'espace!

Jean-Pierre Luminet « l'invention du big bang »



3

l'atome primitif



nouvelle problématique de Lemaître:
cause du
déclenchement de l'Expansion

Lemaître cherche l'instabilité de l'Univers statique d'Einstein.
une perturbation de cet Univers le conduit à se modifier au cours du temps
ce que réfute Einstein
Eddington cherche dans les formation de condensations (fluctuations de densité)

GL montre que le rayon de l'Univers d'Einstein varie en fonction
de la variation de pression qui s'exerce sur la surface de séparation entre
des régions voisines. Cette pression est l'énergie cinétique des particules
échangées dans ces régions
c'est le phénomène de stagnation que Lemaître étudia dans sa thèse
(formation de condensations à symétrie sphérique

The Beginning of the World from the Point of View of Quantum Theory.

SIR ARTHUR EDDINGTON¹ states that, philosophically, the notion of a beginning of the present order of Nature is repugnant to him. I would rather be inclined to think that the present state of quantum theory suggests a beginning of the world very different from the present order of Nature. Thermodynamical principles from the point of view of quantum theory may be stated as follows: (1) Energy of constant total amount is distributed in discrete quanta. (2) The number of distinct quanta is ever increasing. If we go back in the course of time we must find fewer and fewer quanta, until we find all the energy of the universe packed in a few or even in a unique quantum.

Now, in atomic processes, the notions of space and time are no more than statistical notions; they fade out when applied to individual phenomena involving but a small number of quanta. If the world has begun with a single quantum, the notions of space and time would altogether fail to have any meaning at the beginning; they would only begin to have a sensible meaning when the original quantum had been divided into a sufficient number of quanta. If this suggestion is correct, the beginning of the world happened a little before the beginning of space and time. I think that such a beginning of the world is far enough from the present order of Nature to be not at all repugnant.

It may be difficult to follow up the idea in detail as we are not yet able to count the quantum packets in every case. For example, it may be that an atomic nucleus must be counted as a unique quantum, the atomic number acting as a kind of quantum number. If the future development of quantum theory happens to turn in that direction, we could conceive the beginning of the universe in the form of a unique atom, the atomic weight of which is the total mass of the universe. This highly unstable atom would divide in smaller and smaller atoms by a kind of super-radioactive process. Some remnant of this process might, according to Sir James Jeans's idea, foster the heat of the stars until our low atomic number atoms allowed life to be possible.

Clearly the initial quantum could not conceal in itself the whole course of evolution; but, according to the principle of indeterminacy, that is not necessary. Our world is now understood to be a world where something really happens; the whole story of the world need not have been written down in the first quantum like a song on the disc of a phonograph. The whole matter of the world must have been present at the beginning, but the story it has to tell may be written step by step.

G. LEMAÎTRE.

40 rue de Namur,
Louvain.

LEMAÎTRE contre EDDINGTON !

Eddington publie (5/01/1931) :

« Philosophically, the motion of a beginning of the present of nature is repugnant for me »

la rupture de la stabilité de l'Univers statique d'Einstein devient essentiel pour la compréhension de la formation des premières galaxies et de expansion de l'Univers

Lemaître répond dans Nature 9/05/1931

« The beginning of the World from the point of View of Quantum Theory »

ce texte est l'un des articles les plus remarquables de toute l'histoire des sciences (JP Luminet)

« the evolution of the universe

contributions to a British association discussion on the evolution of th universe «

communications de J.Jeams, G.Lemaître, W.de Sitter, A.Eddington, R.A.Millikan,
J.C.Smuts, E.W.Barnes et O.Lodge le 29/09/1931
British Association for the advancement of Science
Centenary meeting. London. Issue Supplement Nature 24 october 1931

Lemaitre said:

« At the origin, all mass of the universe would exist in the form of

a unique atom

The radius of the universe, although not strictly zero, being relatively small.
The whole universe would be produced by the the desintegration of this

primeval atom



la fonction facteur d'échelle $R(t)$

en $R(0)$ n'est pas dérivable

autrement dit temps, pression, courbure sont infinis
la notion d'avant n'a donc pas de sens.

la théorie "dit" que **pour elle il n'y a pas d'avant.**

Il est alors naturel de choisir cette singularité (ou quelque chose de représentable qui s'en "rapproche" le plus) comme

origine du temps

Ce qui s'en "rapproche" le plus est actuellement appelé

le "temps de Planck" (10^{-43} s dans la chronologie purement relativité générale),
"temps" en deçà duquel des conflits de causalité semblent s'imposer

pour $R = 0$ l'espace-temps n'est donc pas défini

selon la théorie dite du big bang

le big bang n'existe pas

Lemaître n'a jamais prononcé le mot

- (2) Equations of the universe of variable radius and constant mass have been fully discussed, without reference to the receding velocity of nebulae, by
 A. FRIEDMANN, "Über die Krümmung des Raumes," *Z. f. Phys.*, 10, 377, 1922; see also
 A. EINSTEIN, *Z. f. Phys.*, 11, 326, 1922, and 18, 228, 1923.
 The universe of variable radius has been independently studied by
 R. C. TOLMAN, *P.N.A.S.*, 16, 320, 1930.
- (3) Discussion of the theory, and recent developments are found in
 A. S. EDDINGTON, *M.N.*, 90, 668, 1930.
 W. DE SITTER, *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 16, 474, 1930, and *B.A.N.*, 5, No. 185, 193, and 200 (1930).
 G. LEMAÎTRE, *B.A.N.*, 5, No. 200, 1930.
- (4) Popular expositions have been given by
 G. LEMAÎTRE, "La grandeur de l'espace," *Revue des questions scientifiques*, March 1929.
 W. DE SITTER, "The Expanding Universe," *Scientia*, Jan. 1931.

The Expanding Universe. By Abbé G. Lemaître.

(Communicated by Sir A. S. Eddington.)

1. Introduction.

Eddington has suggested that the expansion of a universe in equilibrium may be started by the formation of condensations. A preliminary investigation by W. H. McCrea and G. C. McVittie seems to point out an effect of opposite sense according to the nature of the condensations.* I find that the formation of condensations and the degree of concentration of these condensations have no effect whatever on the equilibrium of the universe. Nevertheless, the expansion of the universe is due to an effect very closely related to the formation of condensations, which may be named the "stagnation" of the universe. When there is no condensation, the energy, or at least a notable part of it, may be able to wander freely through the universe. When condensations are formed this free kinetic energy has a chance to be captured by the condensations and then to remain bound to them. That is what I mean by a "stagnation" of the world—a diminution of the exchanges of energy between distant parts of it.

In order to investigate the effect of condensations in a universe homogeneous in the mean, I consider a definite condensation of supposed spherical symmetry, and I average the outside condensations so that they also may be thought of as having spherical symmetry. The condensation under investigation is limited by a spherical shell which is the neutral zone between it and neighbouring condensations; a point on this neutral zone is not more within the gravitational influence of the interior condensation than of the condensations outside. The expansion of the neutral zone gives a measure of the expansion of the

* Sir A. S. Eddington, *M.N.*, 90, 668, 1930; W. H. McCrea and G. C. McVittie, *M.N.*, 91, 128, 1930; G. C. McVittie, *M.N.*, 91, 274, 1931.

whole universe. I find by this method exactly the same equations as were deduced directly from the equations of a homogeneous universe of variable radius. The result does not depend on any variation in the degree of concentration of the matter, and it shows that the pressure p of the homogeneous universe must be thought of in the case of condensations as the radial kinetic energy, the density of exchanges of energy between the condensation and the outside regions.

In order to study the effect of a variation of p it is convenient to choose as an auxiliary variable the gravitational potential M/R , where M is the total proper mass. Then equations may be reduced to quadratures, and any law of variation can be easily discussed. Variations of p in a universe in equilibrium are found to induce variations of R of the opposite sense.

In order to obtain quantitative formulæ for the expansion of a universe in equilibrium due to the stagnation process, I worked out the special case where the stagnation arose in an instant. The value of the actual radius of the universe depends on the observed receding velocity and mean density by formulæ practically independent of the degree of the initial stagnation. The epoch of the rupture of equilibrium is found for the capture of a millionth of the mass of the universe having velocity of 30 km./sec. to be of the order of 10^{11} years.

2. Non-static Field of Spherical Symmetry: Birkhoff's Theorem.

The problem of the condensations in a universe of variable radius can be considered as a problem of a non-static field with spherical symmetry. We shall therefore obtain the general equations of a spherical non-static field, and extend to the case where there is a cosmological constant a very important theorem due to Birkhoff; viz.—Schwarzschild's exterior solution is the general solution in empty space even if the field is not static.* Of course, this theorem makes abstraction of immaterial changes of co-ordinates; it supposes only that the spherical symmetry is conserved and that the exterior field remains empty. This is the relativistic transposition of Newton's theorem that the exterior field of a spherical body does not depend on its condensation or expansion; or, otherwise stated, that spherical pulsations do not induce gravitational waves.

Spherical symmetry is characterised by an interval

$$ds^2 = g_{11}dx_1^2 + g_{22}(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) + 2g_{14}dx_1dx_4 + g_{44}dx_4^2$$

where g_{11} , g_{22} , g_{14} , and g_{44} are functions of x_1 and x_4 only. This expression is invariant for the group of transformations which keeps $d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2$ invariant and which represents the rotations of a sphere on itself.

We introduce standard co-ordinates r , T ; first r in place of x_1 by

$$r^2 = -g_{22}$$

* G. D. Birkhoff, *Relativity and Modern Physics*, p. 253 (1923).

L'Univers en expansion

PAR

M. l'abbé G. LEMAITRE

INTRODUCTION ET RÉSUMÉ

Nous ne nous proposons pas dans ce travail de discuter les hypothèses sur lesquelles se fonde la théorie de l'expansion de l'Univers, ni la valeur des confirmations astronomiques qui l'étayent. Une telle discussion nous paraît actuellement prématurée et ne pourrait certes pas arriver à des conclusions définitives dans l'état actuel de la théorie et des observations.

La théorie peut être développée de deux façons : par l'étude de solutions exactes des équations de la gravitation, fournissant des modèles simplifiés, ou par le développement approché de la solution de problèmes plus complexes. Il nous paraît utile de ne pas mélanger ces deux méthodes, et dans ce travail nous ne nous occuperons que de solutions mathématiquement exactes. Lorsque nous voudrons les appliquer aux problèmes réels, nous aurons à faire appel à l'intuition physique pour réduire un problème trop complexe à un modèle simplifié, dont nous avons la solution. Plusieurs de nos résultats semblent pouvoir servir de points de départ à des méthodes de développement en série que nous espérons traiter dans un travail ultérieur.

Dans les deux premiers paragraphes, nous donnons en détail les calculs de tenseurs, dont nous aurons besoin, et que nous résumons au § 3, en introduisant des notations qui mettent en évidence l'analogie des résultats relativistes avec les formules classiques.

Nous introduisons ensuite la notion de champ quasi-statique qui permet de généraliser immédiatement des solutions statiques connues en y permettant des variations adiabatiques. Nous donnons une solution probablement nouvelle pour le cas d'une sphère à pression radiale constante, et nous en servons pour mettre en évidence le paradoxe de Schwarzschild et montrer que la limitation plus sévère du rayon d'une masse donnée introduite par la solution du problème intérieur s'évanouit lorsqu'on

n'impose pas à la matière la condition d'être à l'état fluide. Nous décrivons une mise en charge de l'univers d'Einstein, supposé fluide où la masse propre de l'univers diminue sans que le volume varie, ni l'équilibre soit troublé.

Au § 6, nous résumons en les complétant des résultats obtenus dans notre thèse de doctorat (non publiée) présentée en 1927 au Massachusetts Institute of Technology et relatifs à une modification proposée par Eddington au problème intérieur de Schwarzschild.

Le § 7 est relatif à l'influence de la formation de condensations locales sur la rupture de l'équilibre d'un univers d'Einstein ; nous retrouvons notre résultat (M. N. 91-1931-490) que la pression à la zone neutre est le facteur déterminant de la rupture d'équilibre en éliminant les complications techniques qui encombraient notre démonstration primitive.

Au § 8, nous étudions le développement de condensations sphériques dans l'univers en expansion, dans l'hypothèse où la pression est négligeable et retrouvons comme cas particulier l'univers de Friedmann.

Nous intégrons ensuite, § 9, l'équation de Friedmann par les fonctions elliptiques de Weierstrass et mettons les équations sous une forme adaptée aux calculs numériques.

Au § 10, nous introduisons l'hypothèse que les amas de nébuleuses sont en équilibre. Cette hypothèse peut être vérifiée par l'observation, et le résultat est favorable. On obtient comme masse moyenne des nébuleuses 7×10^6 fois la masse du soleil et comme coefficient d'expansion de l'univers 13.

Nous indiquons comment cette nouvelle hypothèse pourrait donner une signification cosmique à la fréquence relative des amas et des nébuleuses isolées et lever ainsi l'indétermination qui subsiste dans la loi de l'expansion. Nous calculons ensuite dans diverses hypothèses, la durée de l'expansion et le rayon de l'univers.

L'hypothèse de l'équilibre des nébuleuses semble exclure le cas critique pour lequel le rayon d'équilibre dépasserait de beaucoup le milliard d'années de lumière. Nous établissons le résultat que dans ce cas critique la distance à l'instant d'équilibre des points les plus éloignés qui peuvent échanger de la lumière au cours de l'expansion est encore de quelques milliards d'années de lumière.

Au § 11, nous écartons une contradiction apparente entre la théorie de Friedmann et la solution du problème extérieur de Schwarzschild. D'après cette dernière, une masse telle que celle de l'univers ne pourrait avoir un rayon inférieur à un milliard d'années de lumière. Nous montrons que la singularité du problème extérieur de Schwarzschild est une singularité apparente due au fait que l'on a imposé une solution statique et qu'elle peut être éliminée par un changement de coordonnées.

$$(1.9) \beta_{ik} = \frac{1}{a_i a_k} \left[\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{1}{a_k} \frac{\partial a_i}{\partial x_k} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{1}{a_i} \frac{\partial a_k}{\partial x_i} \right) + \sum_l \frac{\partial a_i}{\partial x_l} \frac{\partial a_k}{\partial x_l} \right]$$

la somme en l s'entendant pour les valeurs différentes de i et de k .

Le scalaire totalement contracté R s'obtiendra en faisant aussi la somme en i . Il contiendra deux fois chacun des β_{ik} et nous pourrons écrire

$$(1.10) \quad \frac{1}{2} R = \sum_{i < k} \beta_{ik}$$

Les équations de la gravitation (1.1) s'écrivent donc pour $\mu = \nu = i$

$$(1.11) \quad \kappa T_i^i + \lambda = \sum_{k < l} \beta_{kl}$$

où la sommation s'entend sans répétition ($k < l$) et pour les valeurs de k et l différentes de i , soit explicitement,

$$(1.12) \quad \left\{ \begin{array}{l} \kappa T_1^1 + \lambda = \beta_{23} + \beta_{24} + \beta_{34} \\ \kappa T_2^2 + \lambda = \beta_{13} + \beta_{14} + \beta_{34} \\ \kappa T_3^3 + \lambda = \beta_{12} + \beta_{14} + \beta_{24} \\ \kappa T_4^4 + \lambda = \beta_{12} + \beta_{13} + \beta_{23} \end{array} \right.$$

Il nous reste à calculer les composantes R_{ik} pour $i \neq k$. Employant la même méthode, nous obtenons

$$\begin{aligned} \frac{R_{ik}}{a_i a_k} = & \frac{1}{a_i a_k} \left[-\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{1}{a_i} \frac{\partial a_i}{\partial x_k} \right) - \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{1}{a_k} \frac{\partial a_k}{\partial x_i} \right) \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{1}{a_i} \frac{\partial a_i}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{1}{a_k} \frac{\partial a_k}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{1}{a_l} \frac{\partial a_l}{\partial x_i} \right) \right] \\ & - \alpha_{ik} \alpha_{ii} - \alpha_{ik} \alpha_{ki} - \alpha_{ik} \alpha_{li} \\ & - \alpha_{ki} \alpha_{kk} - \alpha_{ki} \alpha_{ik} - \alpha_{ki} \alpha_{lk} \\ & + \alpha_{ii} \alpha_{ik} + \alpha_{kk} \alpha_{ki} + 2\alpha_{ik} \alpha_{ki} + \alpha_{li} \alpha_{lk} \end{aligned}$$

soit, en effectuant les dérivations et substituant par (1.4) et (1.5),

$$\frac{R_{ik}}{a_i a_k} = \alpha_{lik} - \alpha_{li} \alpha_{ik} - \alpha_{lk} \alpha_{ki}$$

ou par (1.1)

$$(1.13) \quad -\kappa T_{ik} = \sum_l \frac{1}{a_l} \left[\frac{\partial^2 a_l}{\partial x_i \partial x_k} - \frac{1}{a_i} \frac{\partial a_l}{\partial x_i} \frac{\partial a_i}{\partial x_k} - \frac{1}{a_k} \frac{\partial a_l}{\partial x_k} \frac{\partial a_k}{\partial x_i} \right],$$

la sommation en l étant entendue pour les valeurs différentes de i et de k .

augmenter le rayon, mais en même temps on augmente l'énergie contenue dans la matière

$$\rho = \delta + 3p;$$

L'effet gravifique de cette énergie finit par compenser l'effet de la pression et les deux influences l'emportent tour à tour.

En d'autres termes, dans l'hypothèse d'Eddington, il n'est plus question de variations adiabatiques, on ne peut augmenter la pression sans apporter de l'extérieur de l'énergie et l'effet gravifique de cette énergie supplémentaire finit par l'emporter.

Pour certaines valeurs du rayon, il existe plusieurs configurations d'équilibre; il est clair que, sauf celle d'énergie minimum, ces configurations sont instables.

7. INSTABILITÉ DE L'UNIVERS D'EINSTEIN.

Après avoir étudié les champs sphériques quasi-statiques, nous nous proposons d'examiner comment peut se produire la rupture d'équilibre d'un champ quasi-statique et en particulier la rupture d'équilibre de l'univers d'Einstein.

Nous imaginons que par un processus que nous tâcherons de conserver aussi général que possible, on modifie soit l'équation d'état de la matière, soit sa répartition. Nous supposons qu'au moment de la rupture d'équilibre on a encore

$$(7.1) \quad \frac{\partial r}{\partial t} = 0$$

et par conséquent

$$(7.2) \quad \frac{\partial a}{\partial t} = \frac{\partial m}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

comme pour les champs quasi-statiques; mais ces relations ne sont plus maintenant des identités. Nous reportant à l'équation (3.7) de l'accélération et tenant compte des relations (7.1), (7.2), nous voyons que la rupture de l'équilibre ne peut provenir que d'une modification de p ou de $\frac{\partial c}{\partial x}$.

Nous avons vu plus haut des exemples de telles modifications, mais alors ces modifications étaient ajustées de manière à ne pas troubler l'équilibre.

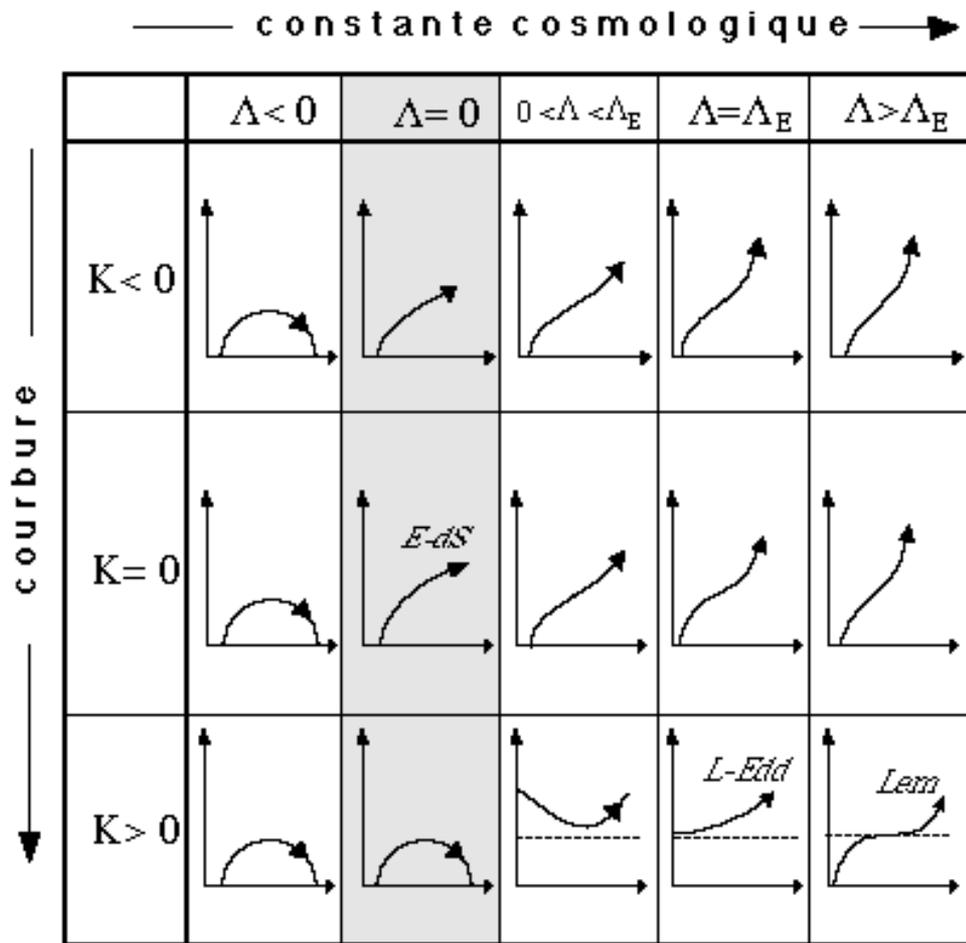
Il est clair que si p et $\frac{\partial c}{\partial x}$ ne varient pas, il est impossible de rompre

l'équilibre, et cela même si p et $\frac{\partial c}{\partial x}$ varient autre part qu'au point considéré.

Si on met en mouvement une région intérieure par exemple, bien entendu en conservant la symétrie sphérique, cela n'aura aucune influence sur la région extérieure, pourvu que la pression et la force de gravitation

$\frac{\partial c}{\partial x}$ n'y soient pas modifiées.

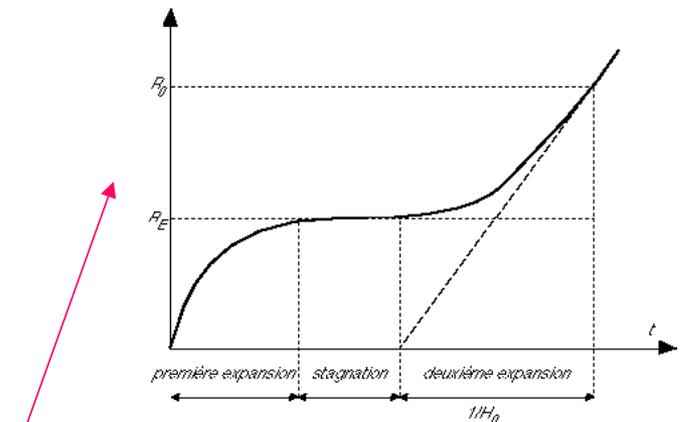
dynamique des modèles cosmologiques de Fridman-Lemaître (= variation du facteur d'échelle en fonction du temps)



fonction de la courbure K
et de Λ

Λ_E valeur de λ calculée par Einstein
en 1917 pour un univers statique

Λ positive = action répulsive
 Λ = expansion perpétuelle

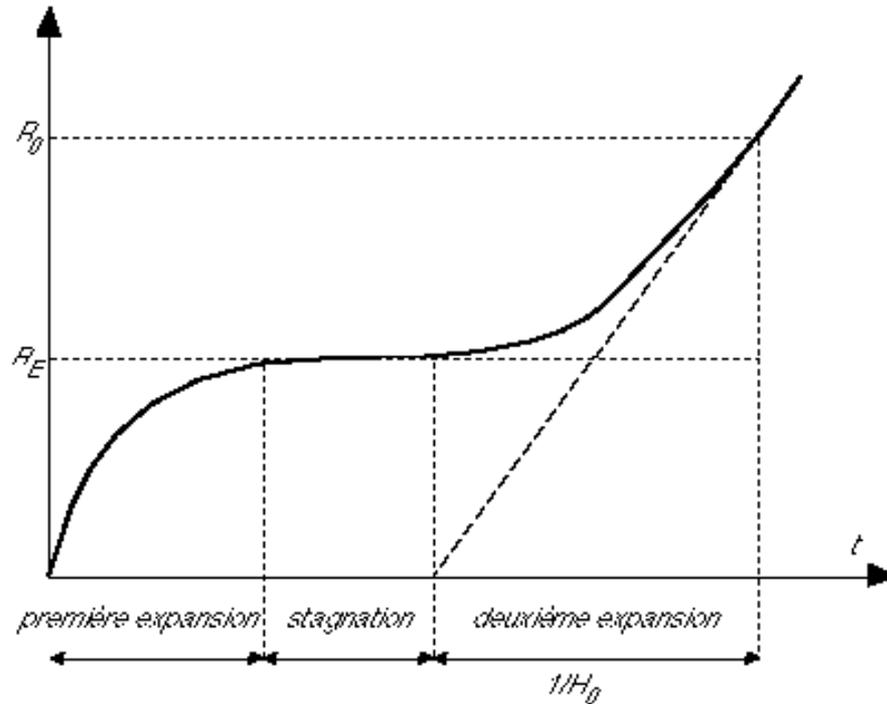


$$R_E = (1/\Lambda)^{1/2} = 4M/\pi$$

Univers hésitant de Lemaître
rayon initial d'équilibre R_e

Rayon d'Einstein M masse de l'U

formation des galaxies par condensation à RE



$$R_E = (1/\Lambda)^{1/2} = 4M/\pi$$

Univers hésitant de Lemaître

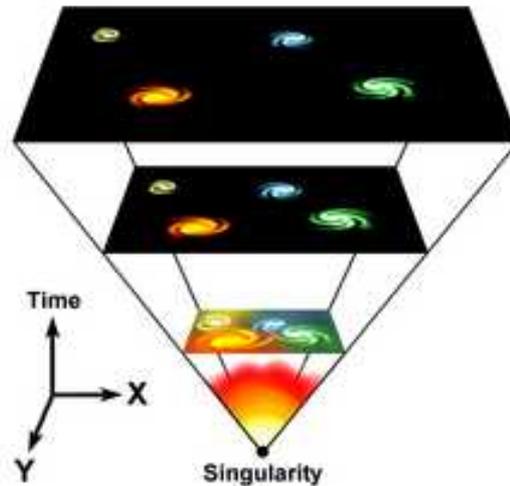
rayon initial d'équilibre R_e , limite de l'Univers statique d'Einstein

rayon d'Einstein, M masse de l'U

après la phase de stagnation enclenchement de la période d'expansion selon la « loi d'Hubble »

$$\text{la tangente } \Lambda_E = 1/R_E^2 = 2GM/\pi c^2 R_E^3$$

Lemaître et Eddington supposent que le temps est lié à la croissance de l'entropie



pour avoir un espace-temps il faut un tenseur d'énergie matérielle
la matière dans un état non décomposé donne une singularité dans le tenseur de droite
donc aussi une singularité dans le tenseur de gauche (courbure) ($R(t) = 0$)
donc il n'y a pas d'espace-temps avant (ou plutôt préalablement)
la condensation de l'entropie

le monde physique actuel vient d' « un truc coïncidant avec $R(t) = 0$ »

la singularité initiale crée l'espace-temps

singularité = dénominateur des dérivées égale 0 donc les grandeurs deviennent infinies

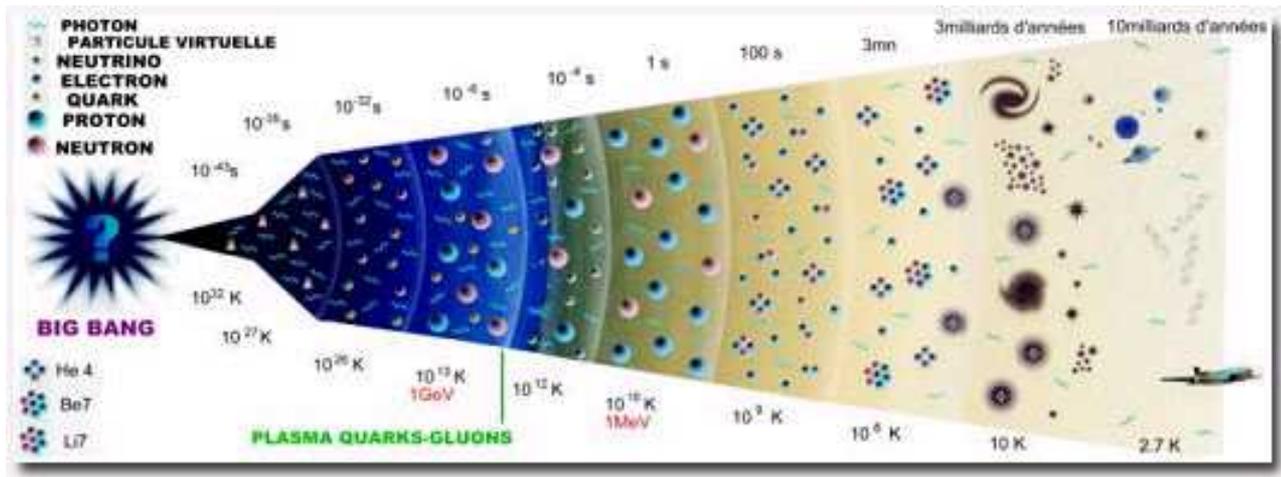
l'idée géniale de Lemaître consiste donc à lier l'infiniment grand à l'infiniment petit
Cf les problèmes de frontières d'aujourd'hui (ère de Planck ...)

Lemaître ne parle JAMAIS de « création du monde »

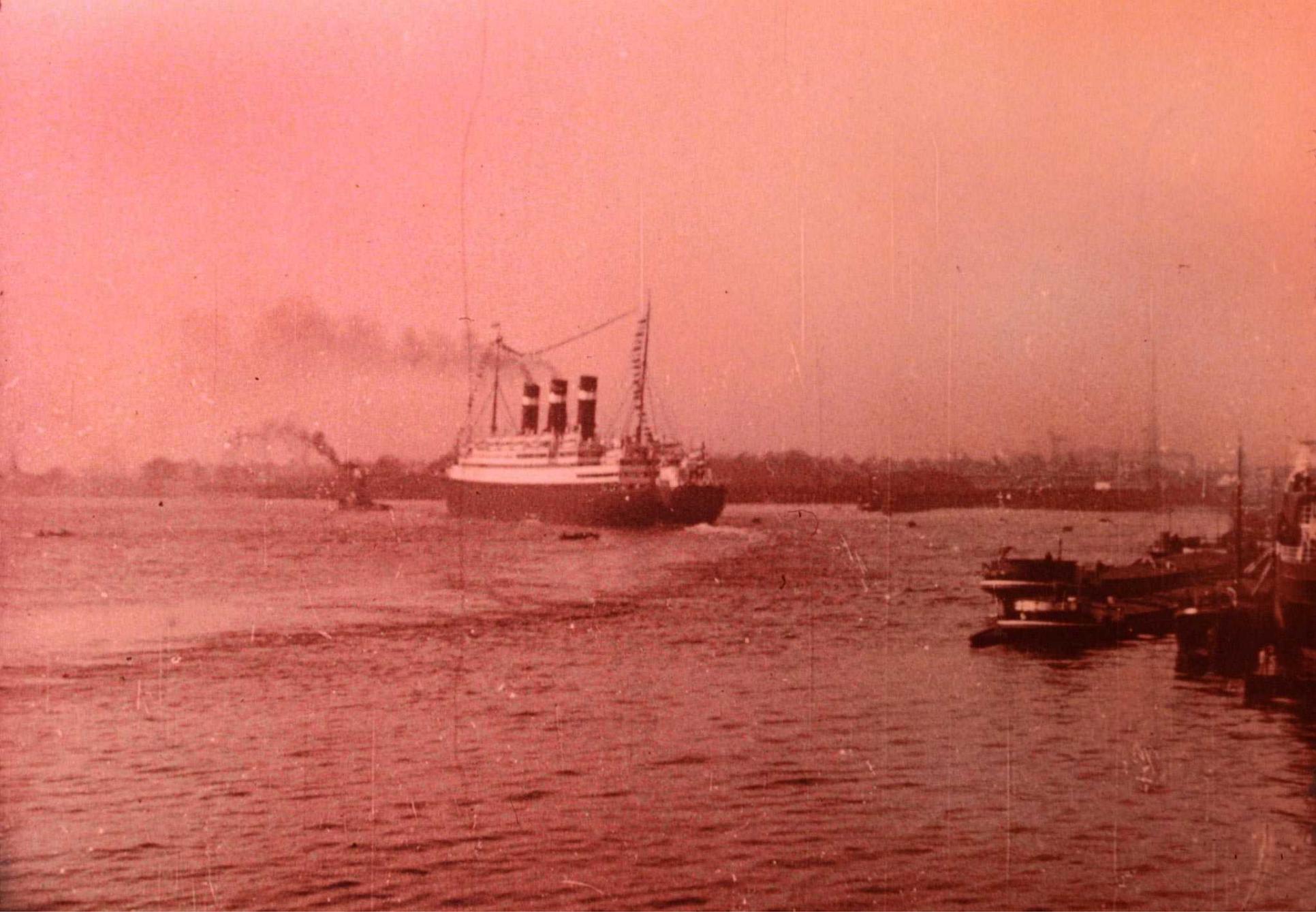
il parle de début de la diversité du monde physique actuel due à une singularité : l'entropie est devenue non nulle créant l'espace-temps

cette singularité découle uniquement de l'application aux limites des équations RG du champ gravitationnel et de rien d'autre

de même, il ne prononça jamais le mot « big bang », terme péjoratif destiné à le ridiculiser







1932 LEMAÎTRE reprend le mer

le temps des séminaires aux USA

1932 LEMAÎTRE est membre de l'Union Astronomique Internationale
(commission Nébuleuses et Amas Stellaires)

Août **membre de l'équipe de Cambridge** d'observation de l'éclipse de Soleil

Novembre : nouvelle bourse de voyage aux USA

au MIT Eddington expose lui même « l'Univers en Expansion de Lemaître »

Boston : travail sur les rayons cosmiques avec Vallarta

Robertson l'invite à **l'Université de Princeton** pour donner un séminaire sur la cosmologie



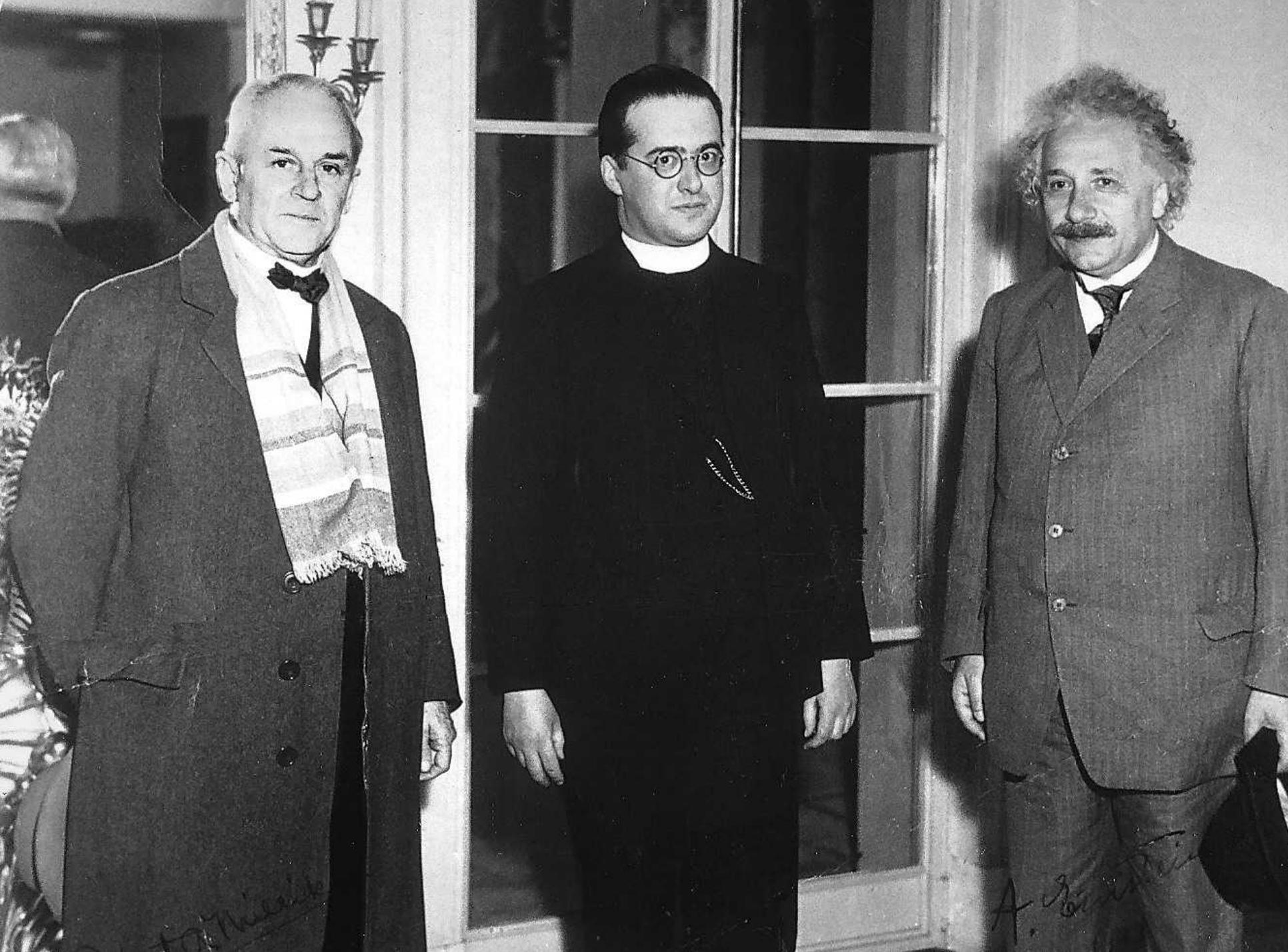
25-26 novembre : American Physical Society **Chicago Conférence de Lemaître** « On Compton's latitude effect of cosmic radiation »

29 novembre Californie **Pasadena Millikan** l'invite à donner un séminaire destiné aux astronomes du **Mont Wilson** sur **la formation des nébuleuses dans l'Univers en Expansion**



11 janvier 1933 Einstein se rend à Los Angeles,
va au CALTEC assister au séminaire de Lemaître sur les rayons cosmiques
sèche son propre séminaire de physique théorique
pour discuter avec Lemaître sur la cosmologie

17 janvier Lemaître fait un séminaire sur la constante cosmologique
en présence d'Einstein, Tolman, et Epstein



H. Heisenberg

A. Einstein



1 février 1933 à l'Université de Montréal
conférence sur « la naissance de l'espace »
2 février Université McGill
conférence « the expanding universe »

27 mars 1933 Académie des Sciences de Paris
Fabry présente le travail de Lemaître sur :
« condensations sphériques
dans l'Univers en expansion »

10 avril « la formation des nébuleuses
dans l'Univers en expansion





28 mars 1933
Einstein sur le bateau
Belgenland vers Hambourg
descend à l'escale d'Anvers et s'exile à
De Hann sur la côte belge



3-17 mai 1933 Einstein donne à Bruxelles 3 conférences sur les spineurs
et 3 colloques dont un avec De Donder, Einstein cède son tour à Lemaître
se met au premier rang et l'applaudit plusieurs fois

Il est démarché par Flexner pour travailler à Princeton nouvellement créée

3 septembre- janvier 1934 Lemaître est « guest professor » du département
physique de la Catholic University of America à Washington
cours : « les applications astronomiques de la théorie de la Relativité »

13 septembre meeting à Leicester de la British Association of Science
avec Milne, Eddington, de Sitter, McCrea, McVittie sur « the Expanding Universe »
contribution Lemaître « the cosmical significance of the clusters of nebulae »

16 novembre conférence à la Washington Academy of Sciences

20 novembre conférence au MIT



l'unique portrait d'Einstein
peint d'après nature pendant son
exil belge sur les dunes de De Hann



découverte par Dirac de l'équation décrivant l'électron relativiste
avec la théorie des spineurs de Cartan
Lemaître généralise l'équation d'onde en 1928 et 1955
en travaillant avec Eddington sur la Fundamental Theory

$$\{ \mu_0 - \alpha_1 \mu_1 - \alpha_2 \mu_2 - \alpha_3 \mu_3 - \alpha_4 \mu_4$$





17 mars 1934

Prix FRANQUI

parrains:

A.Einstein

Ch. De la Vallée Poussin

Alexandre de Heptinne

jury:

A.S.Eddington

Paul Langevin

Th.De Donder

Marcel Dehalu

janvier-juin 1935 professeur invité
School of Mathematics de
Institute for Advanced Study of Princeton

rencontres avec Einstein



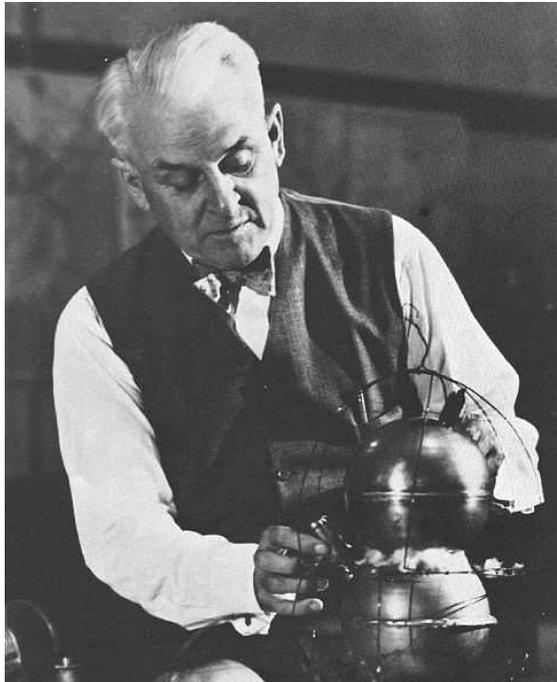


un prof de math sup ...

puis de Master, de DEA, directeur de thèse
astrophysique, géométrie elliptique, relativité, analyse numérique

4

à la recherche du rayonnement fossile



« *it appears quite possible that Lemaître wasn't far wrong* »

« Nature 3 september **1998**

Michael HILLAS Cosmic Rays without End »

aujourd'hui l'origine des rayons cosmiques (énergie de l'ordre de 10^{19}eV) serait dans le halo galactique supposé rempli de « matière sombre » formée de particules exotiques (voir théorie d'unification des interactions)

ces particules exotiques extrêmement massives se seraient formées au tout début de l'Univers et se seraient accumulées dans les halos et désintégrées en un temps mi-vie supérieur à celui de l'Univers actuellement connu en générant des protons très énergétiques, des photons gamma et des neutrinos
(Berezinsky, Birkel, Sarkar)

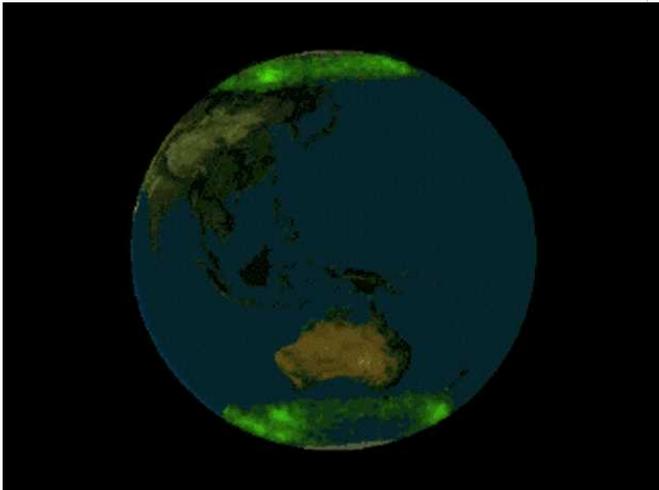
ces particules supermassives ressemblent beaucoup aux produits de désintégration qui remplissaient l'Univers juste après la désintégration de « l'atome primitif » de Lemaître
« il doit y avoir dans l'Univers actuel des traces hiéroglyphes de ce rayonnement fossile »



orbites des rayons cosmiques : le problème de Störmer

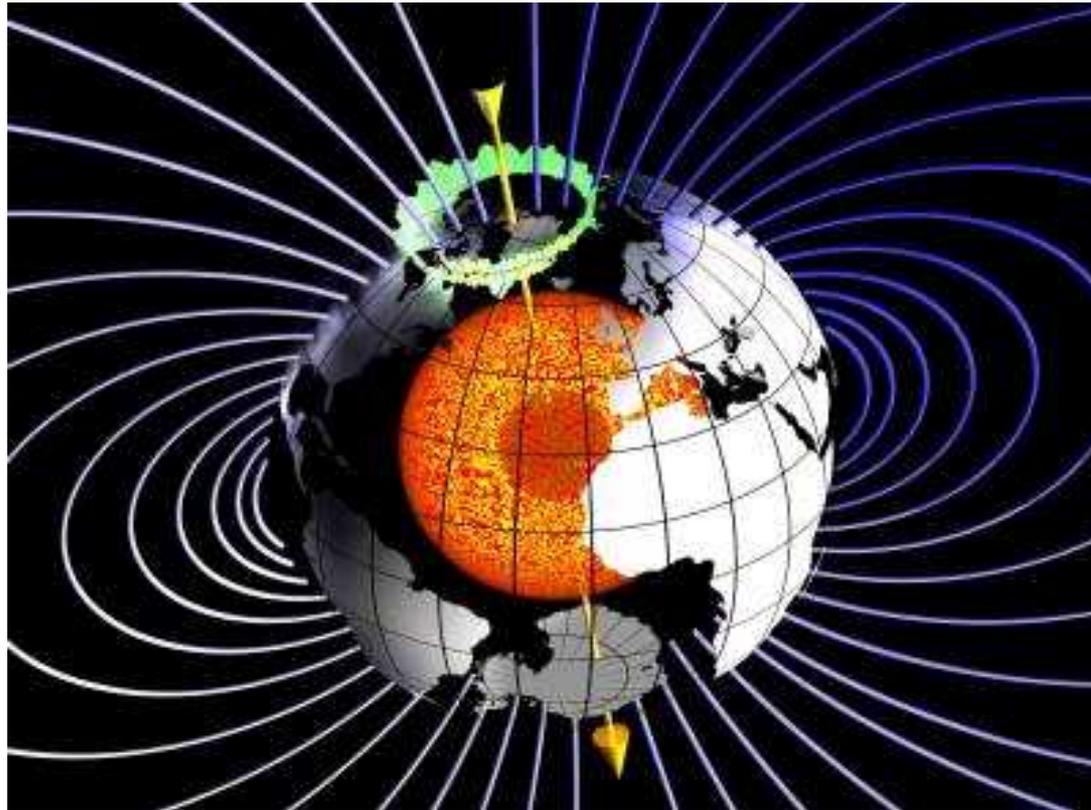
1930

Clay et Compton démontre avec une campagne impliquant 69 stations de mesure que l'intensité des rayons cosmiques varie avec les coordonnées géomagnétiques (le dipôle magnétique Terre fait un angle 11.5° avec son axe de rotation)
au voisinage de 50° de latitude la variation d'intensité est de 15%



au MIT Lemaître et Vallarta démontrent que la théorie de Störmer expliquant le phénomène des aurores boréales avait une relation avec la variation d'intensité des rayons cosmiques

Störmer reprenant les travaux de Birkeland sur la courbure des « rayons cathodiques » (flux d'électrons) par le champ magnétique terrestre au voisinage des pôles calcule les trajectoires d'électrons sous l'action d'un globe magnétique (mono pôle)
reste le problème avec un dipôle semblable au champ magnétique terrestre



déterminer le mouvement d'une particule chargée venant de l'infini
et sous l'influence du champ d'un dipôle magnétique

Störmer démontre que le mouvement est décrit en 2 mouvements élémentaires traités séparément

Un mouvement dans le plan méridien qui passe par l'axe du dipôle

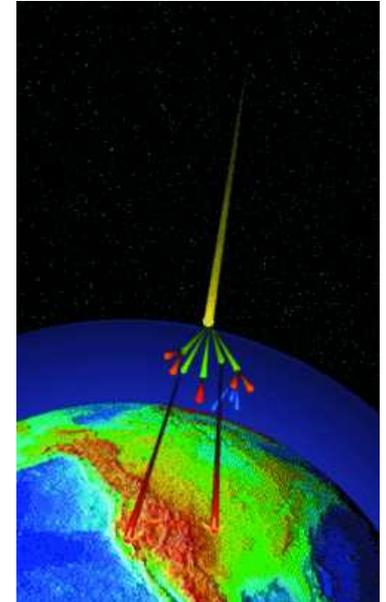
le point-particule est décrit par 2 équations différentielles 2^{ème} ordre

Le second mouvement est celui de rotation du plan méridien

entre 1904 et 1907 après 5.000 heures de calculs à la main

Störmer et ses étudiants calculent 120 trajectoires d'électrons

Lemaître et Vallarta (nov 1932) utilisent le Differential Analyser machine analogique permettant l'intégration de système d'équations différentielles avec traçage des solutions en graphiques



Si l'intensité des rayons est la même dans toutes les directions :
Alors la distribution d'intensité des rc , d'une énergie donnée, atteignant la Terre en un point précis, reste isotrope dans tout le cône représentant les directions d'accès possibles en ce point

Lemaître va donc calculer la forme de ce cône (pb très compliqué (orbites périodiques et asymptotiques au méridien)

Lemaître (et Vallarta) trouve :

pour des rayons cosmiques d'une énergie donnée et venant de l'infini,

il existe une latitude géomagnétique λ_1 telle qu'aucune particule de cette énergie ne puisse atteindre la Terre à une latitude comprise entre l'équateur et λ_1
(le cône de Störmer se referme en entier)

il existe aussi une latitude géomagnétique λ_2 au-dessus de laquelle les particules de cette énergie peuvent atteindre la Terre dans toutes les directions
(ouverture du cône)

entre λ_1 et λ_2 , les particules de cette énergie touchent la Terre dans le cône

comme il y a une relation entre l'ouverture du cône et l'intensité des rayons en un point
Lemaître avait démontré l'effet de latitude Compton sur les rayons

réaction de Störmer : « it's a failure! »

de 1933 à 1945 Lemaître va engager ses étudiants, ses thésards et assistants au calcul d'orbites et à déterminer les directions d'accès des rayons cosmiques
Il trouvera des orbites en termes de séries de Fourier!

L'hypothèse de l'homme Primitif

Chapitre I - La Grandeur de l'Espace.

Le grand mathématicien et géomètre de l'antiquité Archimède de Syracuse, s'adressant au roi Gélon qui partageait le pouvoir avec son père Hiéron de Syracuse, commence ainsi un de ses plus curieux ouvrages : l'Arénaire ou les grains de sable

"D'aucuns pensent ... AT (\equiv ancien texte)
p. 5 l. iii à part

..... que tout l'espace soit mesuré? AT p. 6

Telle est la question que nous nous proposons d'examiner en montrant comment les progrès de l'astronomie de la géométrie et de la physique permettent de répondre dans une certaine mesure.

L'objet plus spécial qu'avait en vue Archimède ne présente plus d'intérêt, puisque le système ~~de~~ de numération auquel nous sommes habitués permet d'écrire immédiatement des nombres aussi grand que nous voulons.

La première ... AT

... une multitude infinie

Quelque grand que soit un nombre, je puis en concevoir un autre qui soit plus grand. C'est ainsi que s'introduit l'infini dans les mathématiques. Néanmoins un nombre déterminé ne peut être le dernier, le plus grand des nombres.

Quand nous disons ... AT

1945
devant la Société Helvétique
des Sciences

édition de la compilation de ses
articles



George Gamow
Professor Of Physics
at The George Washington University
from 1934 to 1956

Gamow (1904-1968) is renowned for developing the "Big Bang Theory" of the universe (1948); explaining nuclear alpha decay by quantum tunneling (1928); describing, with Edward Teller, spin-induced nuclear beta decay (1936); pioneering the liquid-drop model in nuclear physics (1928); introducing the "Gamow" factor in stellar reaction rates and element formation (1938); modeling red giants, supernovae, and neutron stars (1939); first suggesting how the genetic code might be transcribed (1954); and popularizing science through a long series of books, including the adventures of "Mr. Tompkins" (1939-1967)

This plaque is placed in honor of their colleague George Gamow
by the
Physics Department
of
The George Washington University

April 2000

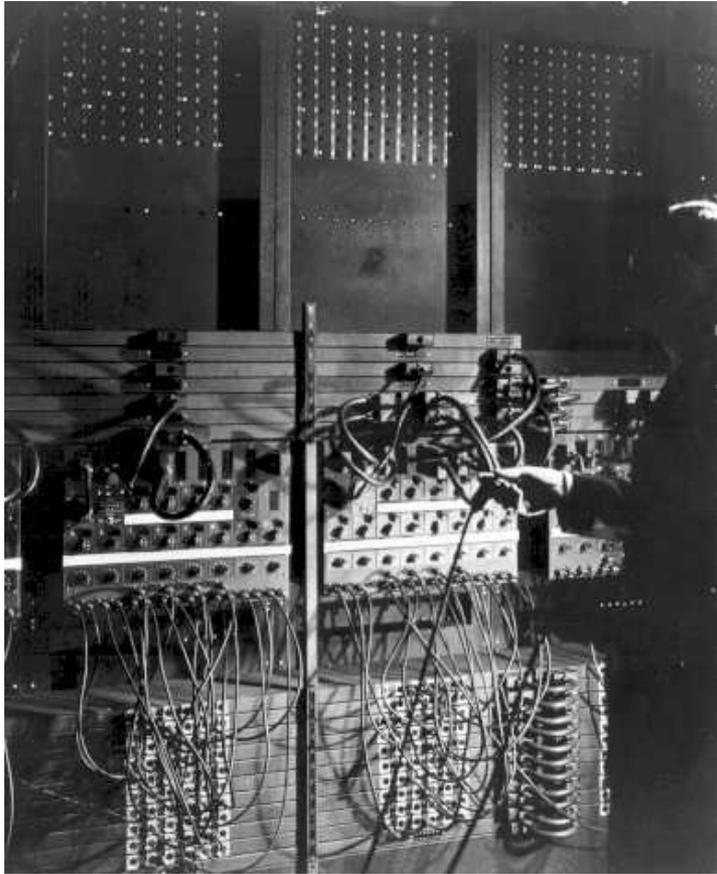
The
George
Washington
University
WASHINGTON, DC

Gamov,

élève de Freidmann,
admirateur de Lemaître

rajoute la notion
de température au big bang (1948)
avec la nucléosynthèse primordiale
... et imagine un
rayonnement initial

électromagnétique



pour trouver les solutions numériques
de systèmes d'équations différentielles

Lemaître devient programmeur
introduit l'informatique scientifique en Belgique
et revient mathématicien
en perfectionnant la méthode
Runge Kutta

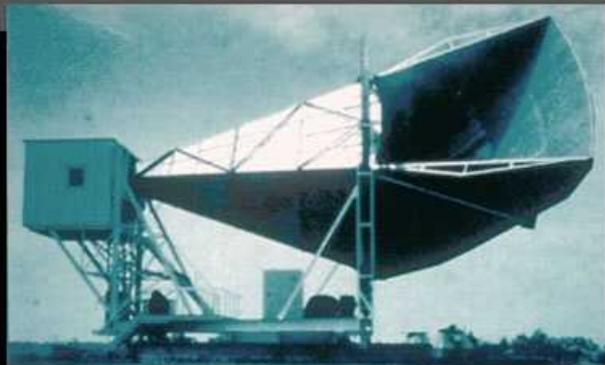




CMB

$$T = 2,735^{\circ}\text{K}$$

1965

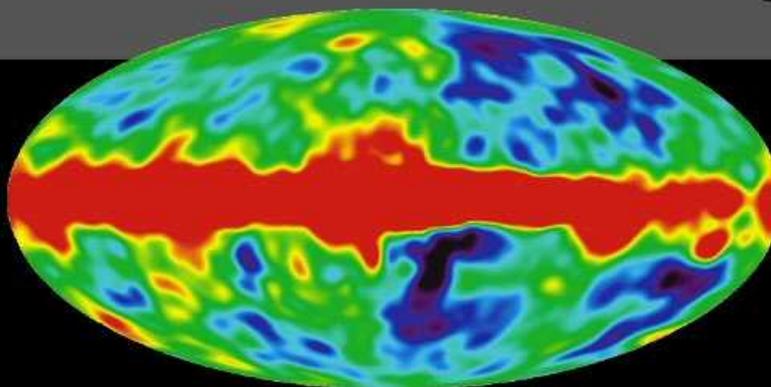


Penzias and
Wilson



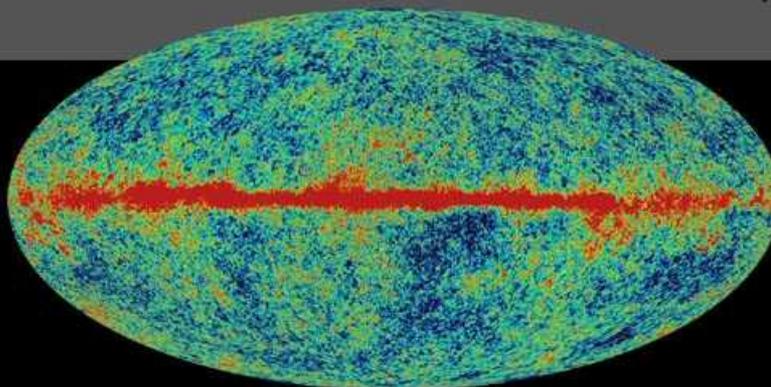
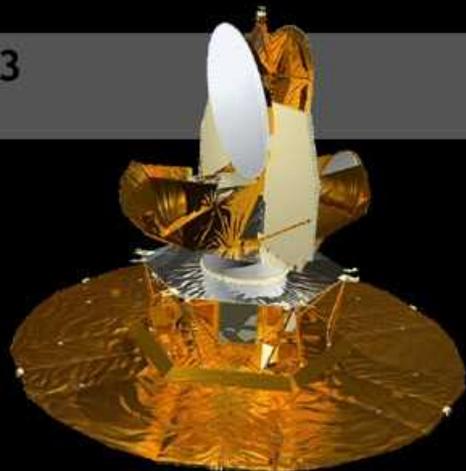
1992

COBE

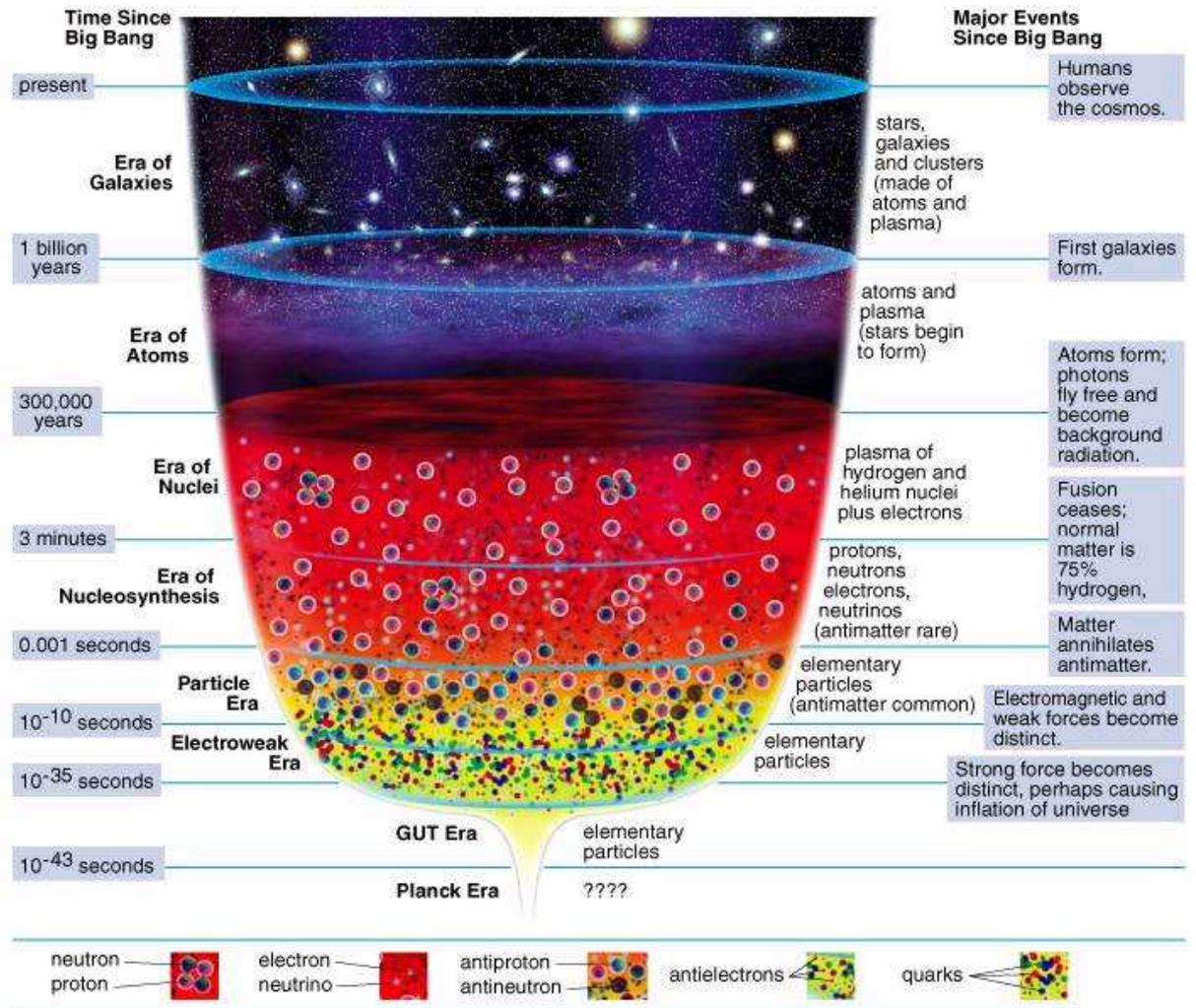
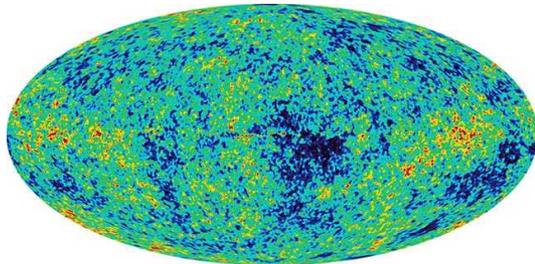


2003

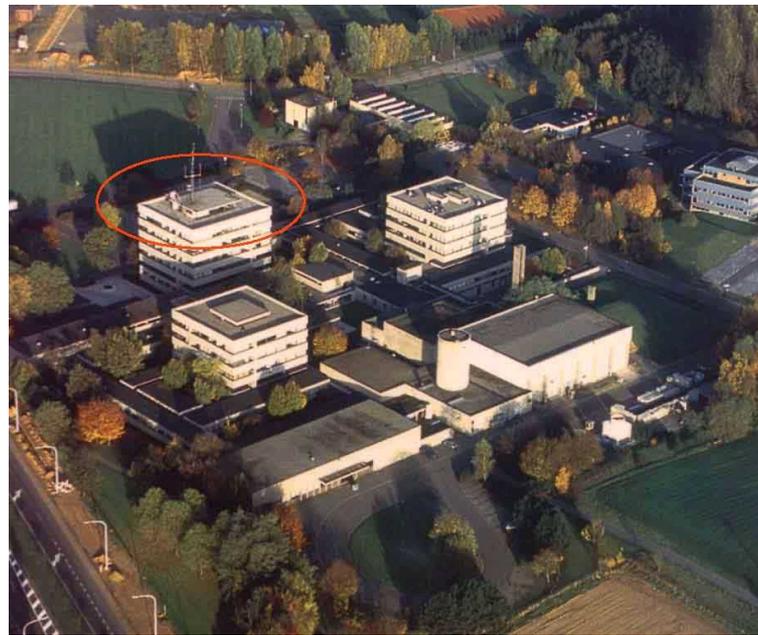
WMAP



épilogue :







Remerciements :

Archives LEMAÎTRE

Liliane MOENS Institut d'Astrophysique Georges LEMAÎTRE Louvain

Isabelle SABLE archives Société Astronomique de France

Marie-Alice MASSON Maison Lemaître Charleroi

Jean Pierre LUMINET CNRS Luth

Dominique LAMBERT Université de Namur

Université de Louvain La Neuve

Crédits :

American Institute of Physics

Center for History of Physics

CALTEC

Archives LEMAÎTRE

Université Libre de Bruxelles

Yerkes Observatory

