

# Le Graviton a-t-il une masse ?

Commission cosmologie de la SAF,  
14 janvier 2017



Cédric Deffayet - CNRS  
(Institut d'Astrophysique de Paris et  
Institut des Hautes Études Scientifiques)

Introduction:

Pourquoi vouloir donner une  
masse au graviton ?

1844-1846:

Pour expliquer des perturbations  
incomprises du mouvement de  
Uranus, Le Verrier postule  
l'existence d'une nouvelle Planète:

**Neptune** découverte peu après  
conformément à ses prédictions

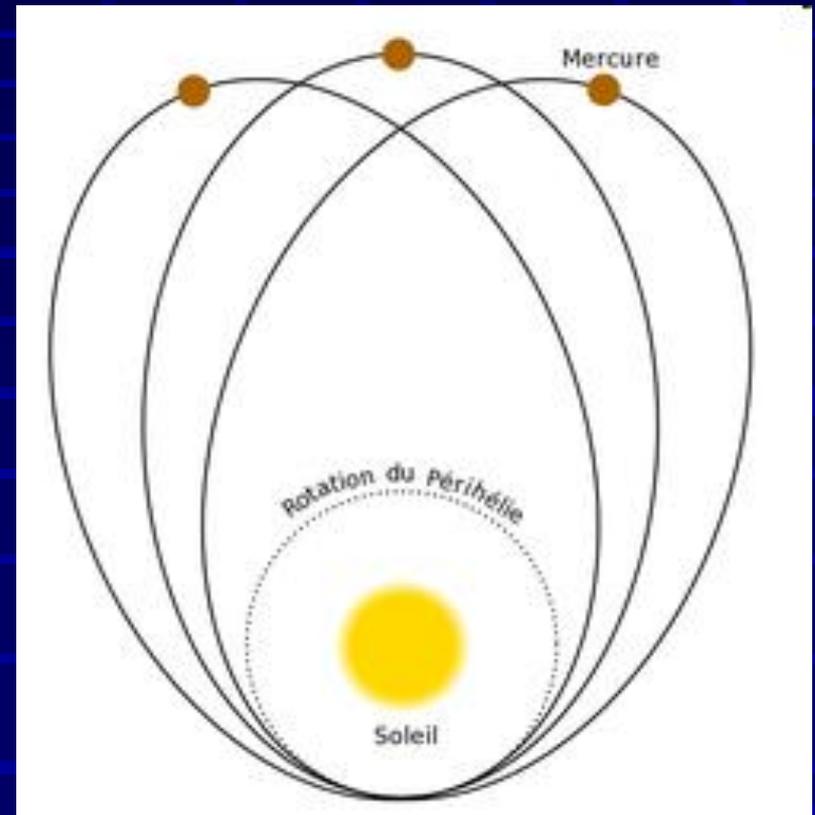
↪ Hypothèse avérée de « matière noire »



Un autre effet que Le Verrier a tenté d'expliquer par une hypothèse de « matière noire » :

une précession résiduelle de  $43''$  par siècle du périhélie de Mercure (pour une précession totale de environ  $5600''$  / siècle)

1859: l'astronome amateur Lescarbault croit voire passer une nouvelle planète devant le soleil

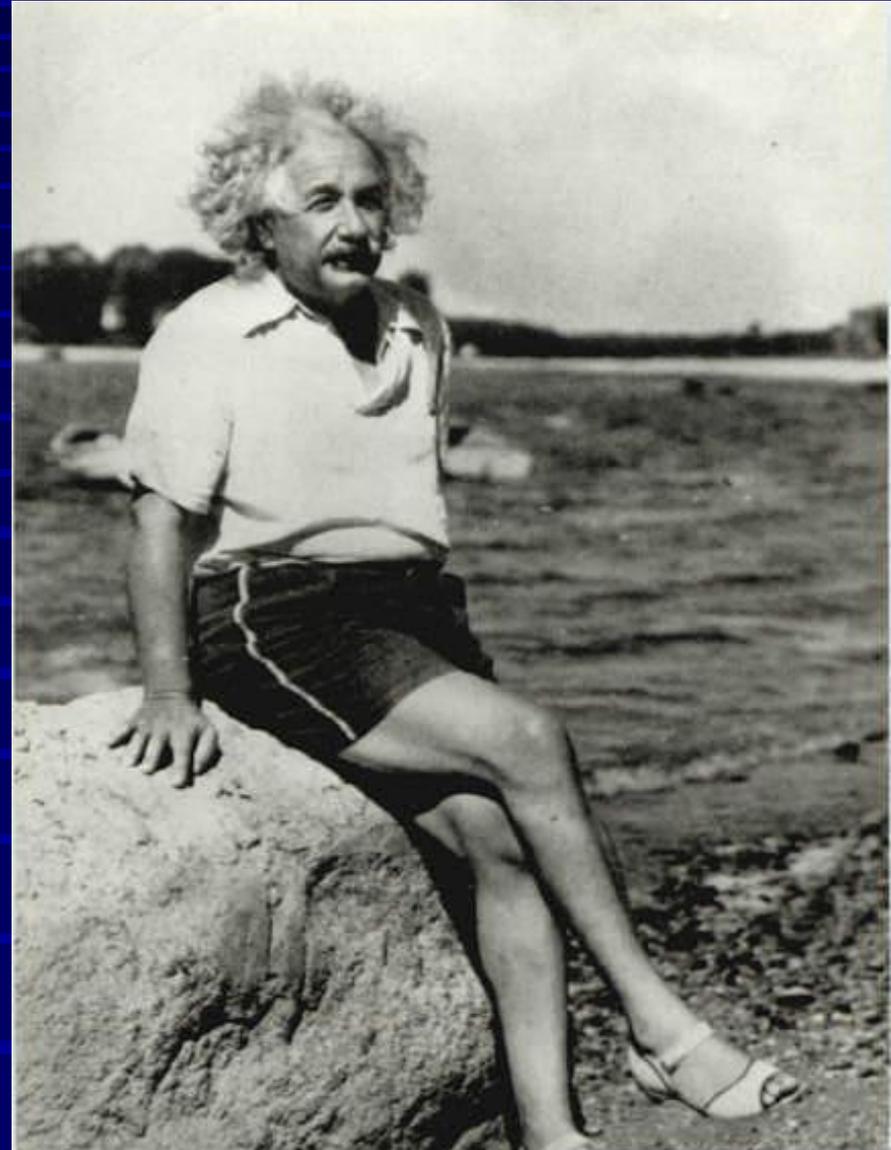


Le Verrier calcule les éléments orbitaux d'une hypothétique planète intramercurienne, **Vulcain**, destinée à expliquer la précession anormale résiduelle...

... On la cherchera en vain...

La précession  
anormale du périhélie  
de Mercure sera  
expliquée par la  
Relativité Générale

↪ Hypothèse avérée  
de « gravitation  
modifiée »



Aujourd'hui la cosmologie fait face à une problématique similaire :

Des observations conduisent à postuler dans le cadre de la théorie standard de la gravitation (Relativité Générale) des contenus « noirs » de l'Univers:

**Matière et énergie noires**

Ces contenus noirs de l'Univers ne sont aujourd'hui détectés que par leur influence gravitationnelle

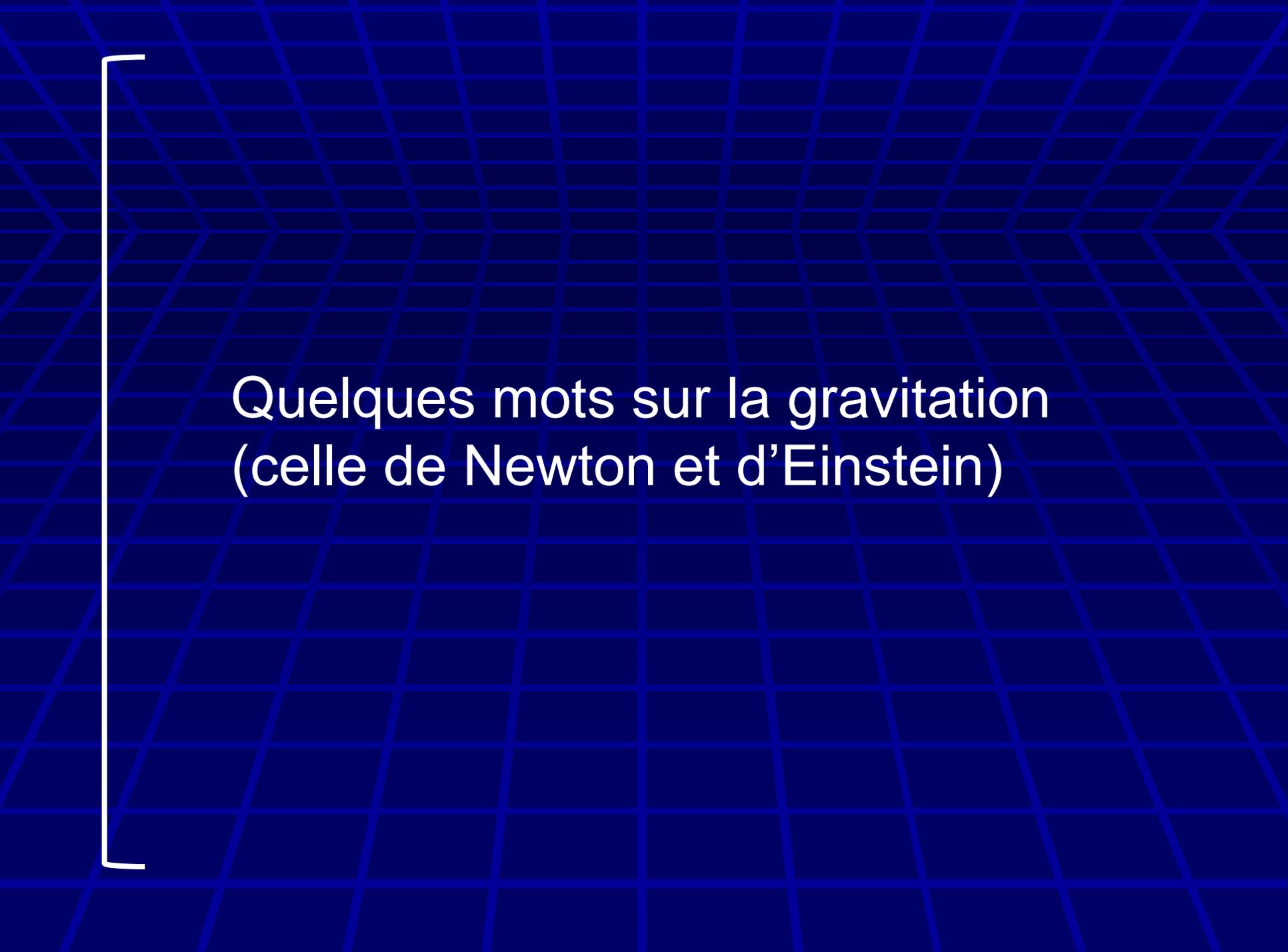


Autre possibilité: modifier la gravitation ?

$$\cancel{H^2} = \frac{8\pi G}{3} \rho$$

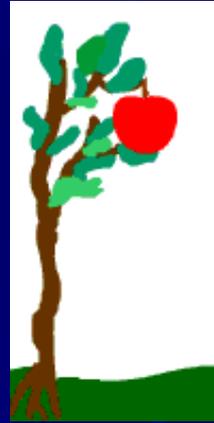
Changer la gravitation ?

Énergie ou matière noires ?



Quelques mots sur la gravitation  
(celle de Newton et d'Einstein)

# Lois de la gravitation newtonienne (1687)



Masse  $m_1$

distance  $D$

Masse  $m_2$



Constante  
de la  
gravitation  
universelle

Force gravitationnelle égale à  
 $G m_1 m_2 / D^2$

# 1905-1915: de la relativité restreinte à la relativité générale

1905: Einstein formule la « relativité restreinte »

↪  $c$  = vitesse de la lumière, indépassable par des mobiles matériels et constante dans tous les référentiels inertiels

↪ Naissance de « l'espace-temps »

↪ «  $E = m c^2$  »



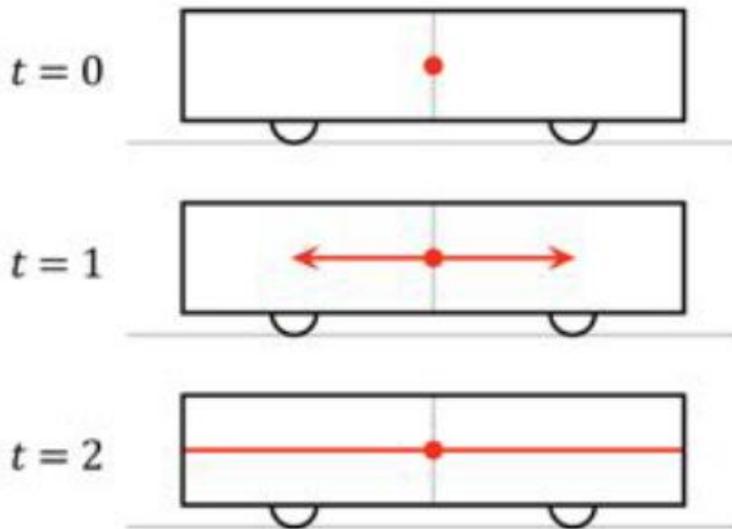
$c$  = vitesse de la lumière, indépassable par des mobiles matériels et constante dans tous les référentiels inertiels



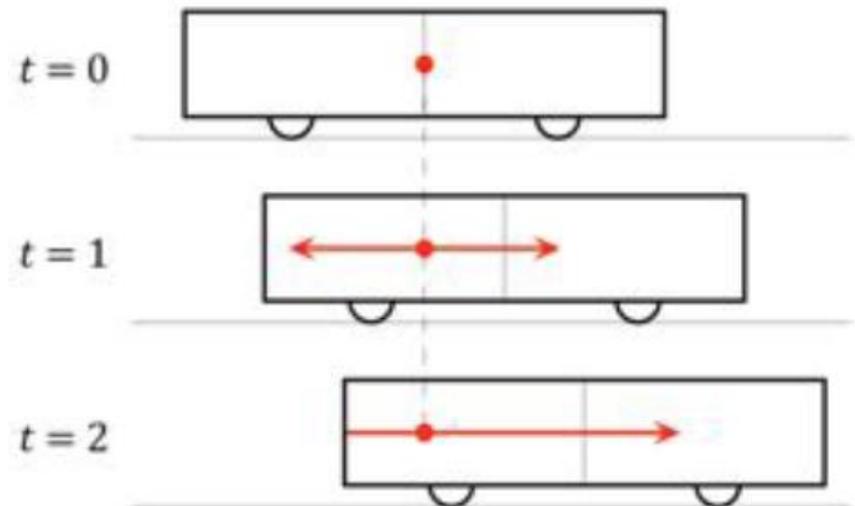
A quelle vitesse « se propage » la force de gravitation de Newton ?



$c$  = vitesse de la lumière, indépassable par des mobiles matériels et constante dans tous les référentiels inertiels



Observateur lié au wagon (en mouvement/quai)



Observateur lié au quai

⇒ Relativité de la simultanéité



Naissance de « l'espace-temps »

L'espace et le temps sont entremêlés ...

... Chaque observateur mesure un « temps »  
qui lui est propre (plus de temps absolu)



$$\ll E = m c^2 \gg$$



L'énergie peut elle « peser » ?

# 1915: La Relativité Générale

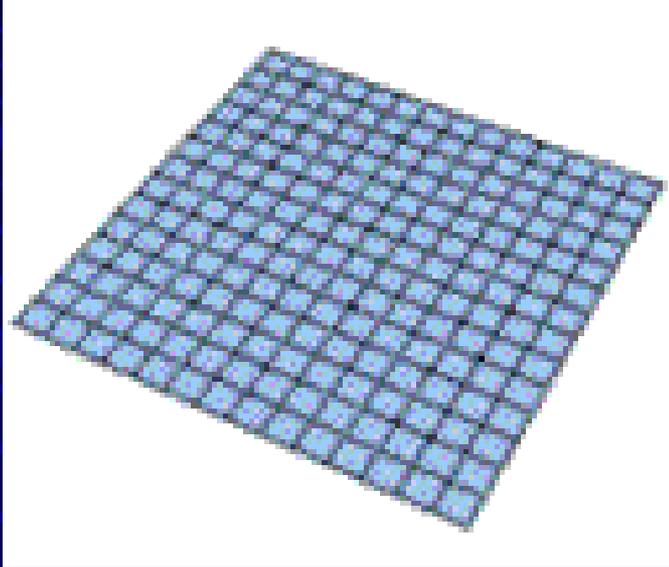
Tous les référentiels se valent



Pas de référentiels  
inertiels privilégiés

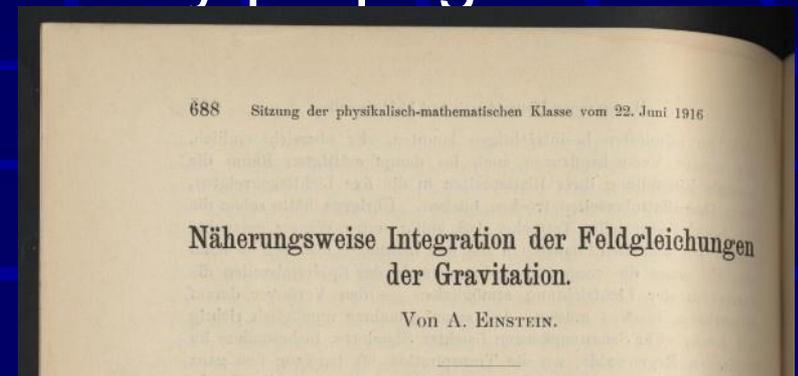
(un adieu à l'espace  
absolu de Newton)

L'espace-temps (3+1 dimensions ) est dynamique, toute masse ou énergie ( $E=mc^2$ ) le perturbe, le déforme ... le « courbe »

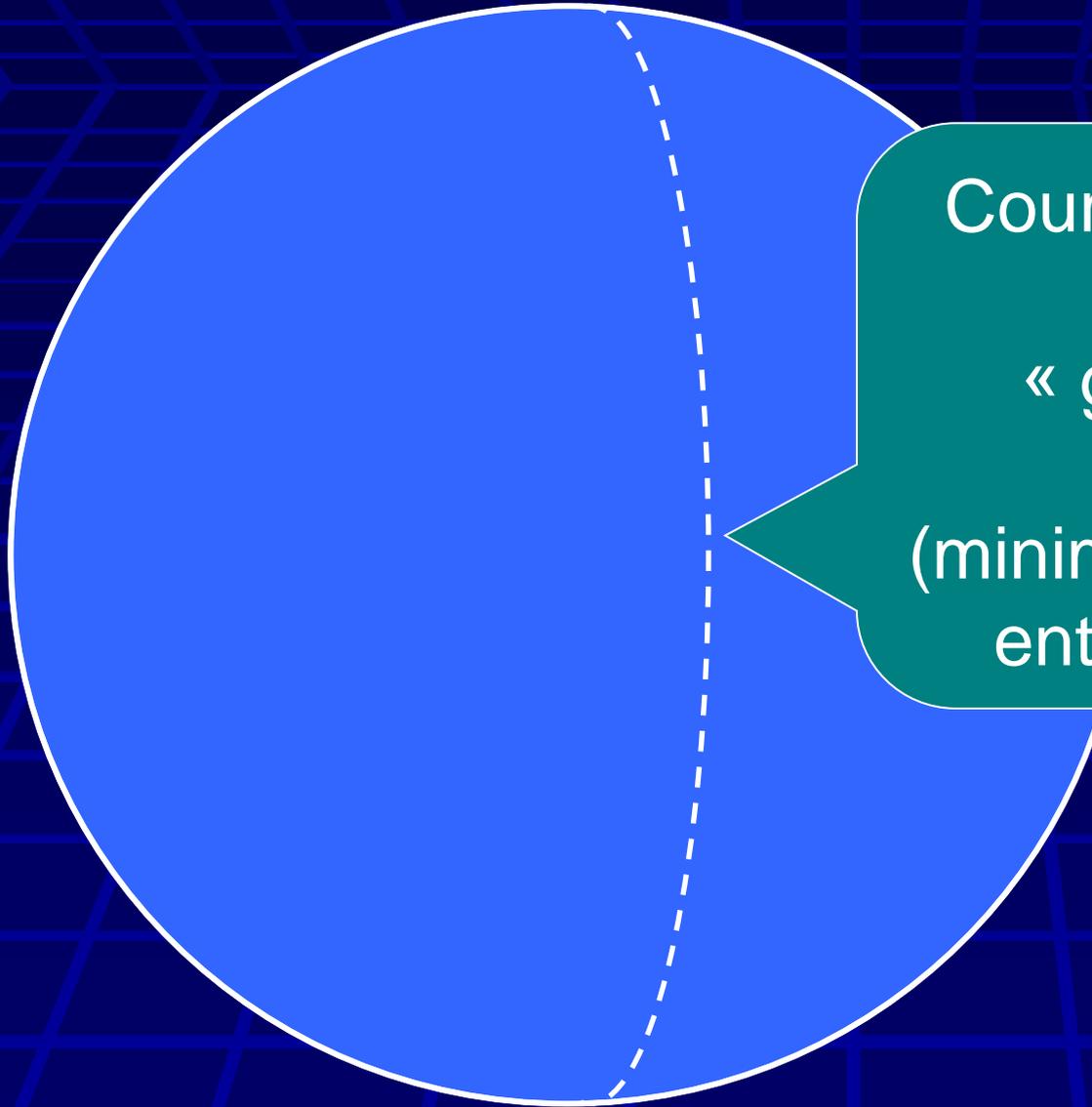


... des ondes de courbure peuvent s'y propager (à la vitesse de la lumière):

“Ondes gravitationnelles”  
prédites par Einstein en 1916.



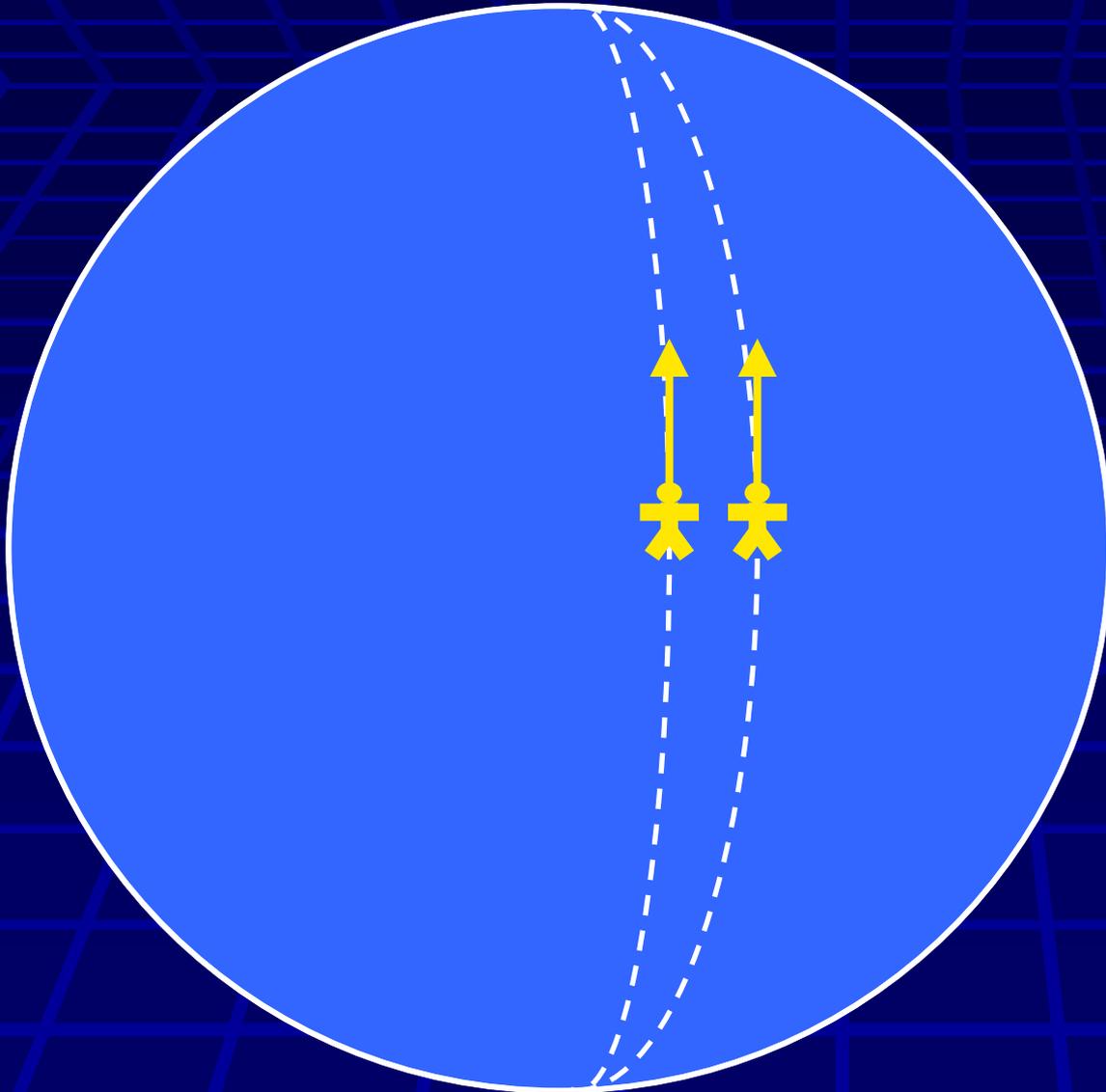
Un exemple d'espace courbe:  
la surface d'une sphère (deux dimensions)



Courbes privilégiées:  
les courbes  
« géodésiques »

(minimisent la longueur  
entre deux points)

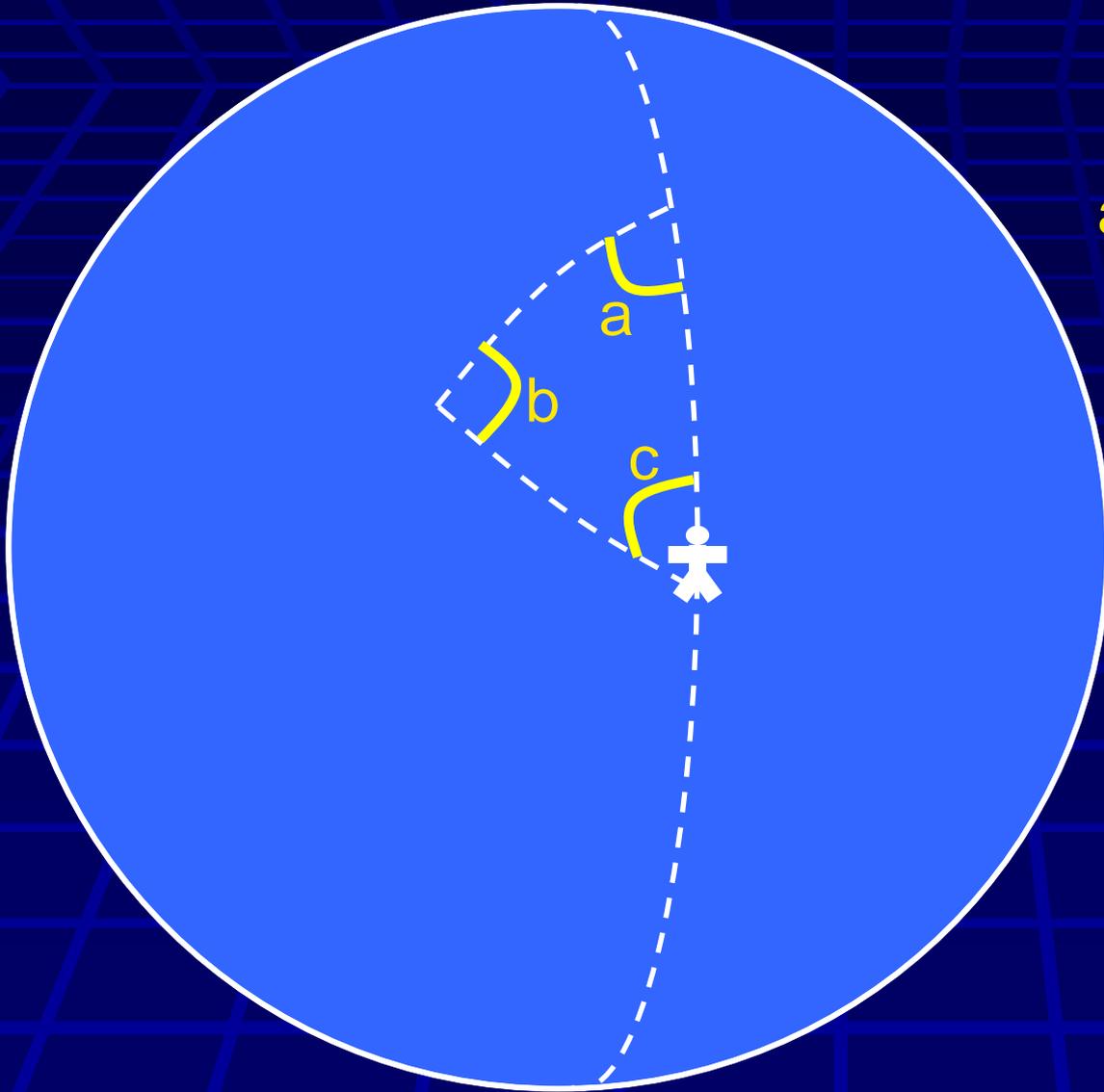
géodésiques d'une sphère: les « grands cercles » (ex un méridien sur la terre)



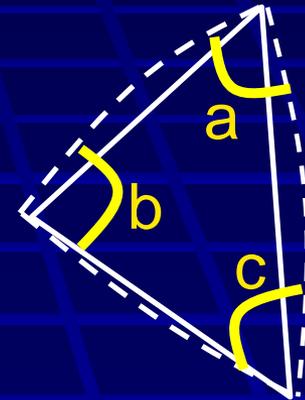
Deux mobiles  
suivant des  
géodésiques  
finissent par se  
rencontrer !

(pas de  
géodésiques  
« parallèles »)

géodésiques d'une sphère: les « grands cercles » (ex un méridien sur la terre)



$$a+b+c > 180 \text{ degrés}$$



La géométrie de l'espace-temps est déterminée par les «équations d'Einstein » (1915) et codée dans sa « métrique »  $g_{\mu \nu}$

« courbure » = « énergie-impulsion »  
de la matière

NB: D'après les équations d'Einstein, la « force de gravitation » se propage à la vitesse de la lumière (c)

Un corps libre suit une trajectoire géodésique dans l'espace-temps (analogue de la trajectoire rectiligne uniforme)

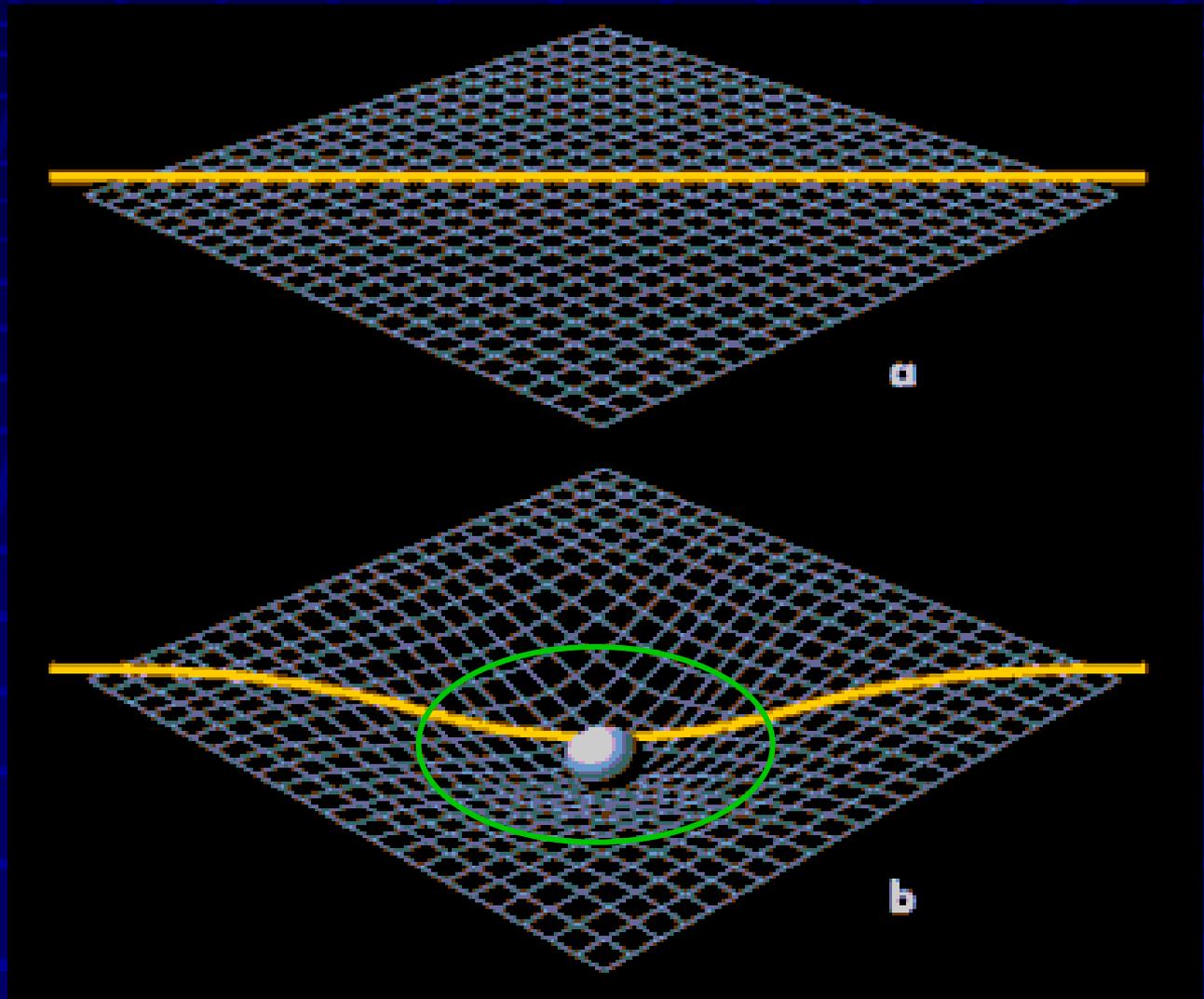


Deux corps voisins suivent en général des trajectoires qui ne sont pas « parallèles » (si l'espace-temps n'est pas plat)



Accélération relative entre ces trajectoires: la « force gravitationnelle »

Pour se représenter les choses, on peut utiliser une analogie à deux dimensions





le mouvement d'un corps dépend de la géométrie de l'espace-temps ...

... et non de sa nature ...

... en plein accord avec le principe d'équivalence

# Les tests historiques de la relativité générale

 « précession du périhélie » de mercure

 Déviation de la lumière

 Effet « Einstein »

# Les tests historiques de la relativité générale

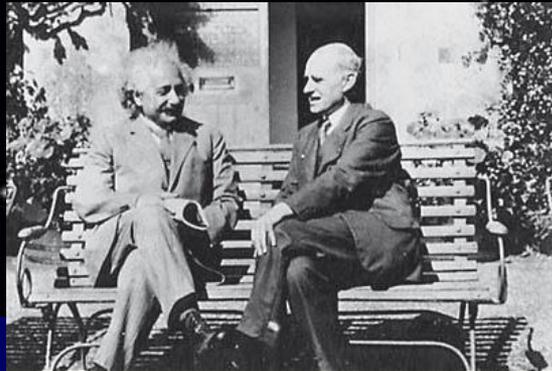
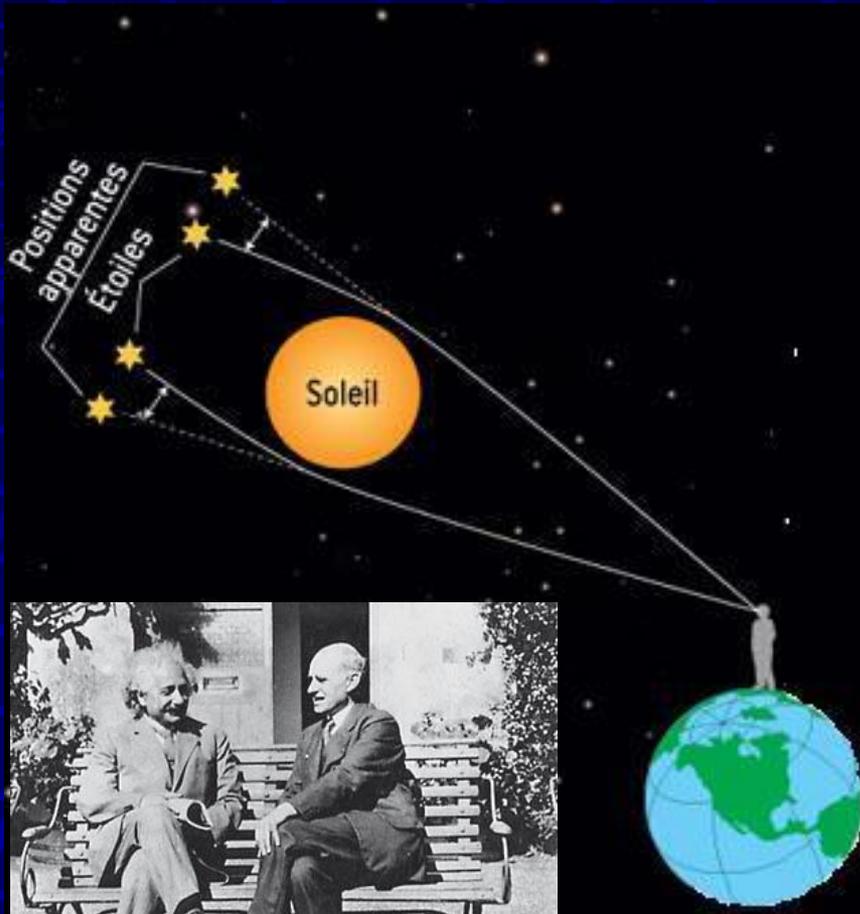
« précession du périhélie » de mercure

Déviaton de la lumière

Effet « Einstein »



# Déviation de la lumière



Actual Position of the Star  
Apparent Position of the Star  
Distance from the Earth to the Stella Background is more than 93,000,000,000,000 miles.

THE SUN  
Distance from the Earth 93,000,000 miles

This Diagram shows the proportional Displacement of the Stars in relation to the distance from the Sun.  
The amount of Displacement is exaggerated about 600 times.

Apparent Position: ↑  
Actual Position: ★

Showing Path of Total Eclipse of May 28-29, 1919, and positions of the two Observation Stations.

THE OBSERVATION STATION AT SOBRAL, IN BRAZIL

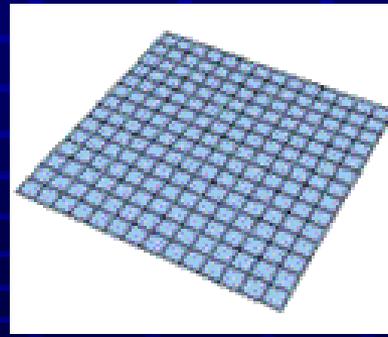
The Corona

## Confirmé par Eddington en 1919

Announce des observations d'Eddington (Illustrated London News (1919))

# Les ondes gravitationnelles

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$$

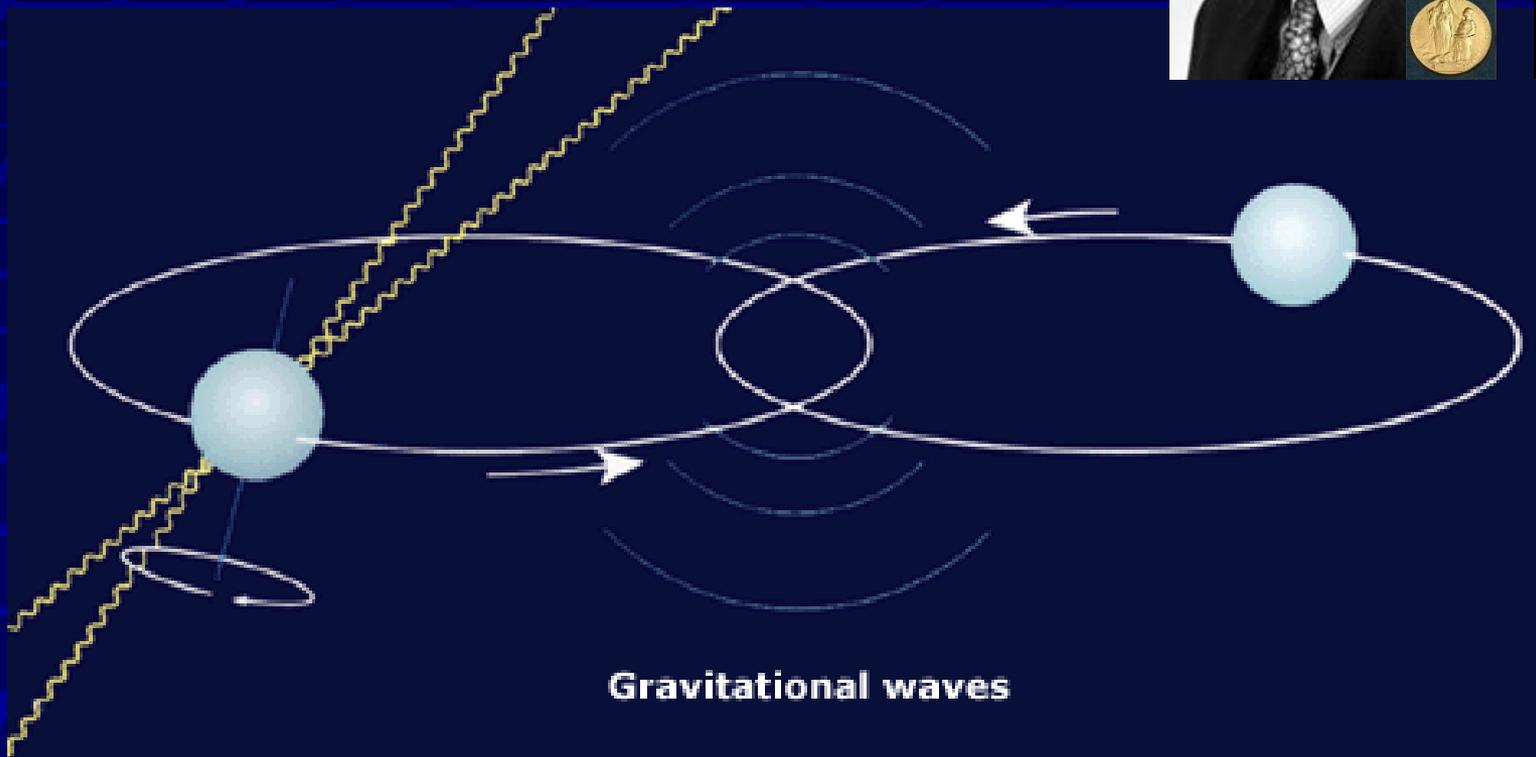
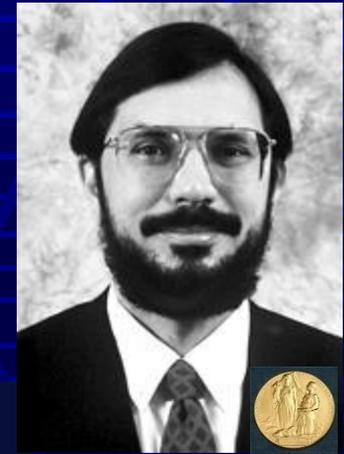


Émises par tout corps qui se déplace ...

... mais de façon non négligeable  
lors de processus très « relativistes »

Par exemple deux « astres compacts » en  
révolution l'un autour de l'autre

Un tel objet a été découvert  
par Hulse et Taylor  
(prix nobel 1993)



↪ Première preuve (indirecte) de  
l'existence des ondes gravitationnelles



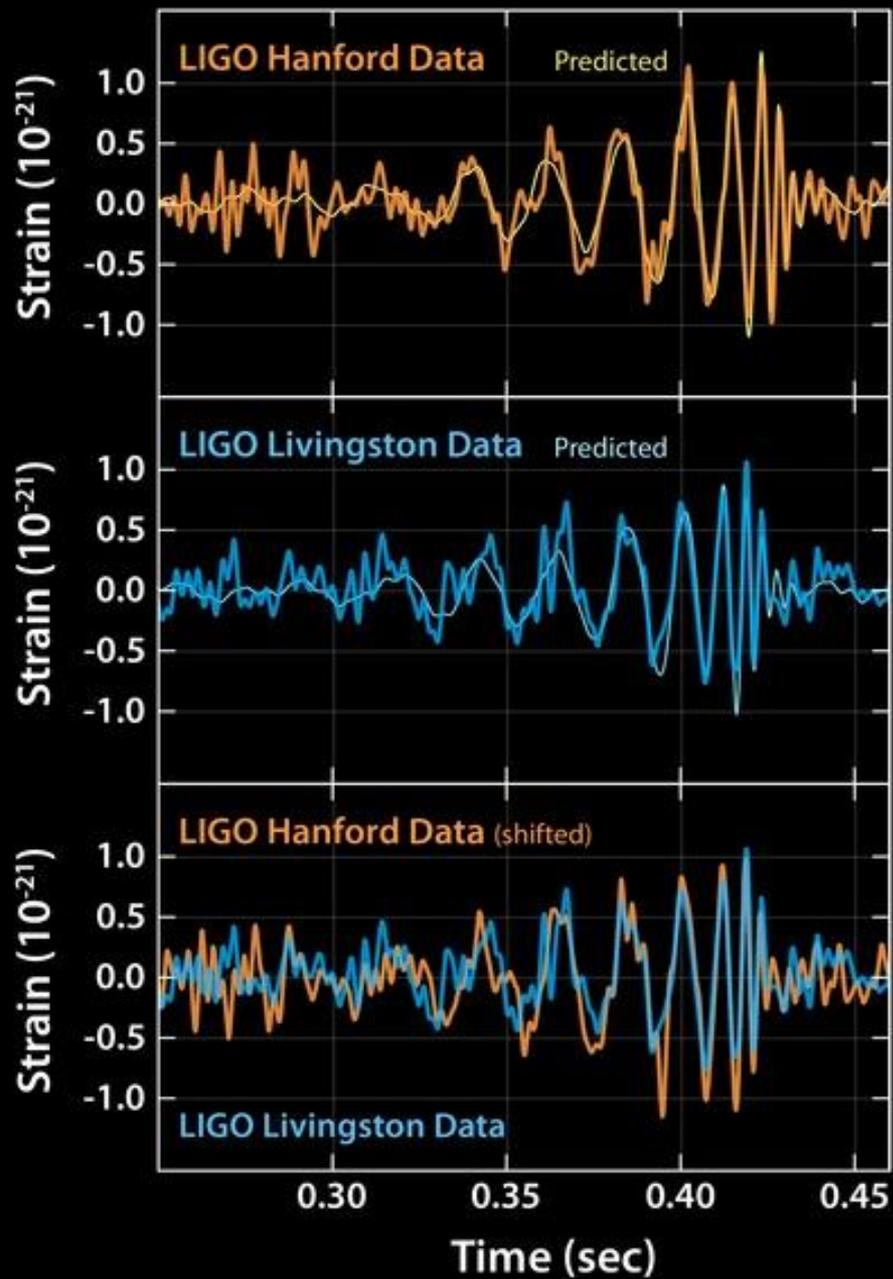
# Première détection directe annoncée le 11 février 2016 par LIGO- VIRGO

Détecteurs (2) LIGO (USA)

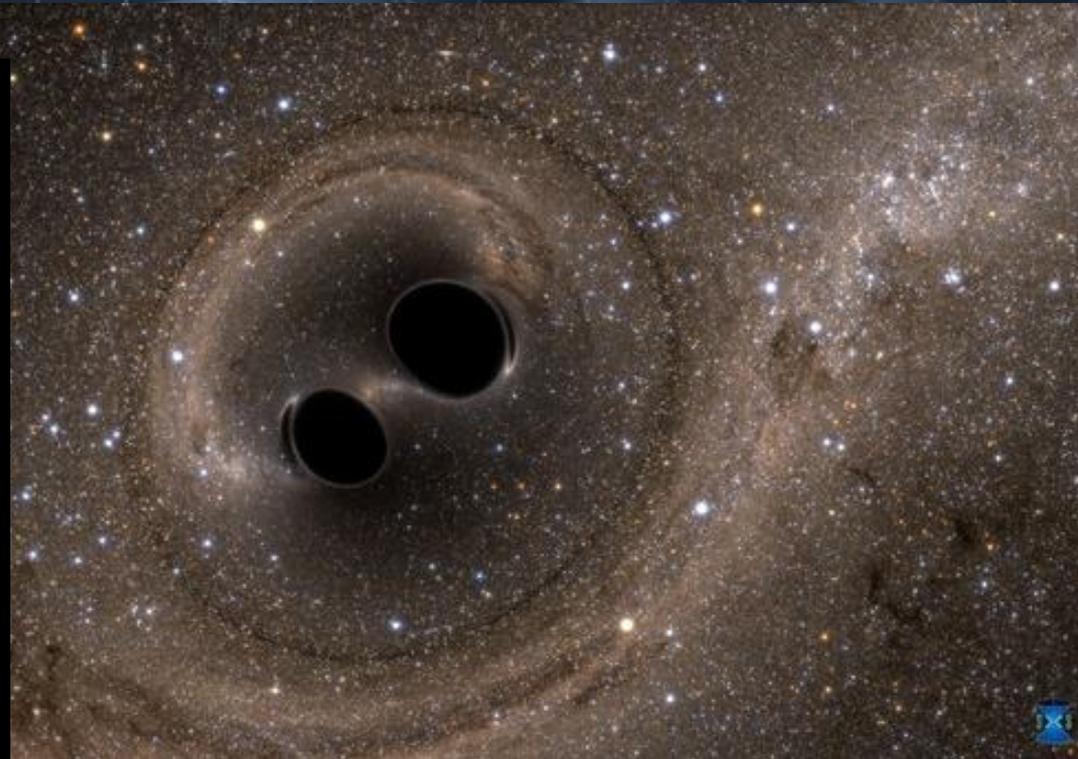
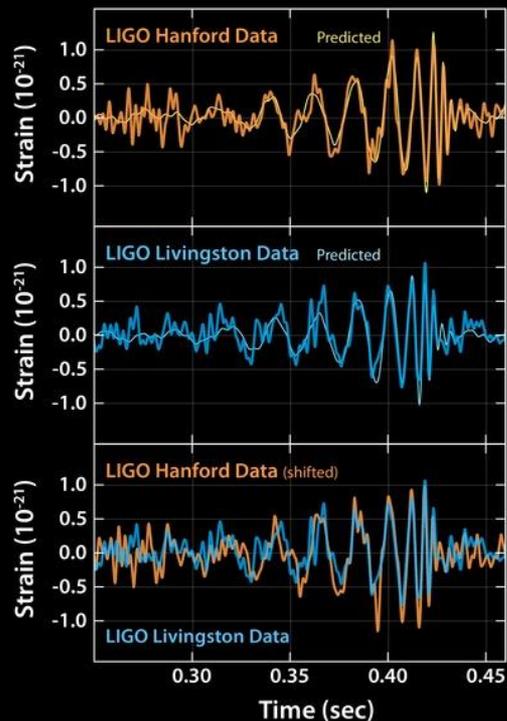


Détecteur VIRGO (Italie)





Correspond à la fusion de deux trous noirs  
(chacun environ 30 fois plus massifs que le  
soleil) et située à environ 1.3 milliards  
d'années lumière



Dans le cadre de la relativité générale,

Les ondes gravitationnelles sont à la gravitation

ce que les ondes électromagnétiques sont à la théorie de Maxwell

Elles sont décrites par de petites perturbation  $h_{\mu\nu}$  au voisinage d'une métrique de référence  $\eta_{\mu\nu}$  si bien que  $g_{\mu\nu} \sim \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$

# Quid du graviton ?



Analogue du photon  
(soit un quantum de gravitation)



Détectable ?



De masse nulle



Propriété équivalente au  
caractère infinie de la portée  
de la “force” de gravitation

$$G m_1 m_2 / D^2$$

Dans la gravitation d'Einstein,

Toute énergie pèse ...

... même l'énergie gravitationnelle ...

(la gravitation interagit avec elle même: on dit que la théorie est « non linéaire »)

Ces contenus noirs de l'Univers ne sont aujourd'hui détectés que par leur influence gravitationnelle



Autre possibilité: modifier la gravitation ?

$$\cancel{H^2} = \frac{8\pi G}{3} \rho$$

Changer la gravitation ?

Énergie ou matière noires ?

# Changer la gravitation ?



Pour “remplacer” la matière noire:

Modèle “MOND” de Mordechai  
Milgrom (1983)

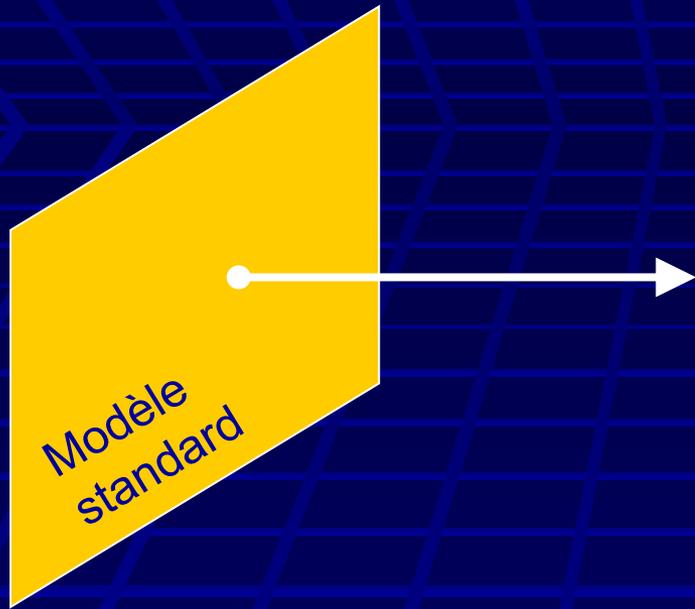


Pour “remplacer” l’énergie noire:

Modèle DGP (Dvali, Gabadadze,  
Porrati, C.D. 2000)



# Le modèle DGP: un Univers "brane"



Notre Univers est une surface (une "brane") à 3+1 dimensions, plongée dans un espace-temps à 5 dimensions dont la dynamique est régie par la gravitation d'Einstein à 5 dimensions.



À grande distance, la gravitation diffère de la gravitation d'Einstein et se comporte un peu comme si le graviton avait une masse !



Le modèle DGP a relancé l'intérêt pour la "gravité massive"

- Une force transportée par une particule de masse nulle est de “portée infinie”:

$$\propto 1/D^2 \text{ (à 3+1 dimensions)}$$

- Une force transportée par une particule de masse  $m$  a une “portée finie” (coupure exponentielle)

$$\propto \exp(-r / \lambda)$$

(avec  $\lambda = \hbar / m c$  : longueur de Compton, mesure la portée de la force)

Peut on construire une gravitation de portée finie ?



Une des motivations ayant poussé Einstein à introduire une constante cosmologique

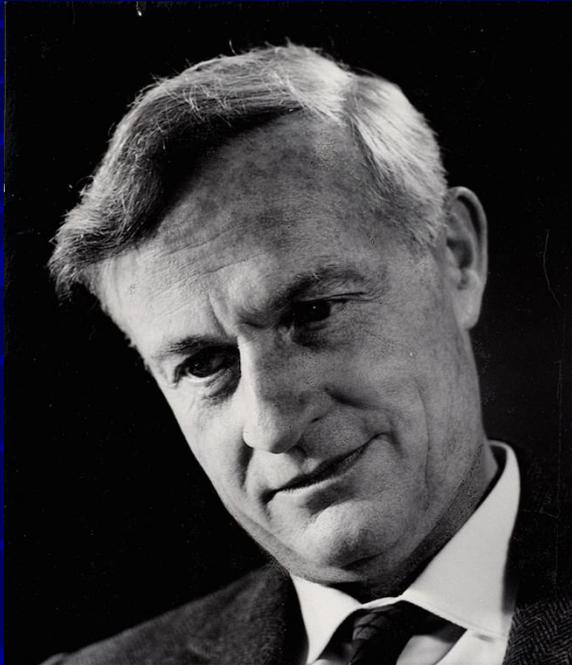


Si la gravitation avait une portée finie, sa portée ( $\lambda$ ) doit être de l'ordre du rayon de Hubble pour être

- Compatible avec les tests de la gravitation
- Intéressante pour la cosmologie

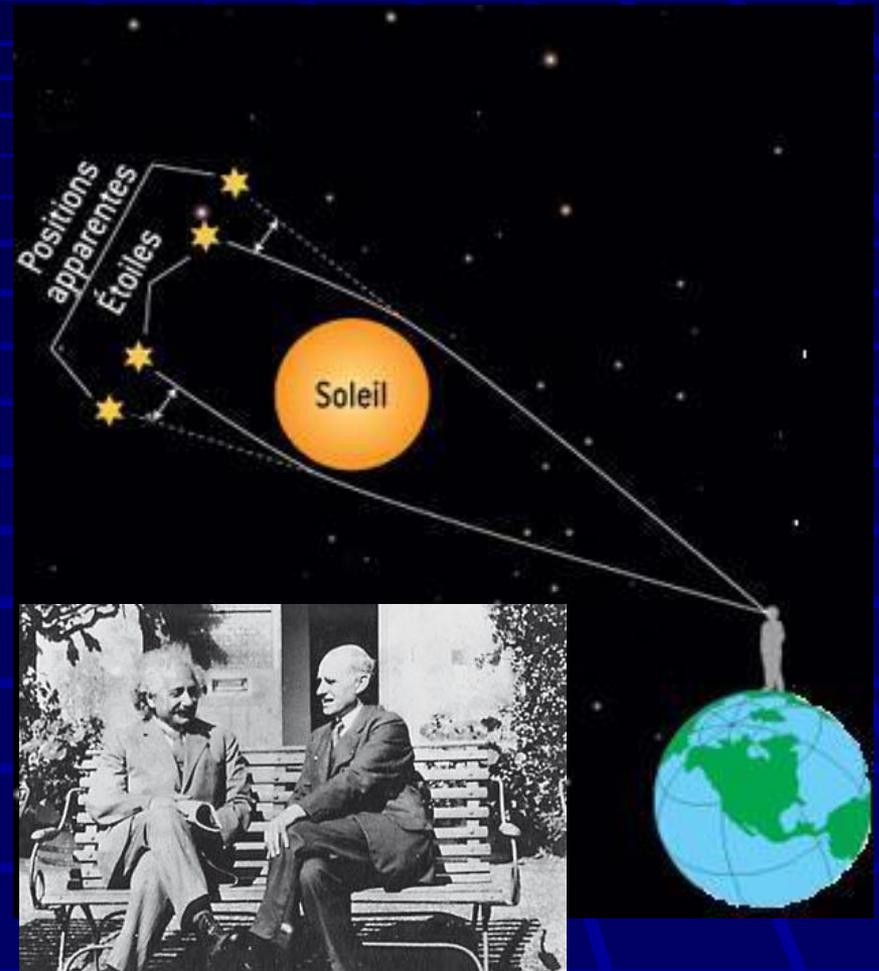


Fierz et Pauli trouvent en 1939 la façon (unique) de modifier l'équation (linéaire) des ondes gravitationnelles pour « donner une masse au graviton »



Mais la théorie de Fierz et Pauli conduit à des prédictions en désaccord avec les observations

La déviation de la lumière diffère de 25% des prédictions de la relativité générale





Cette différence persiste quelle que soit la petitesse de la masse du graviton !



C'est la « discontinuité de van Dam-Veltman-Zakharov » (1970) ou vDVZ



Robustesse de la relativité générale !

En 1972, Arkady Vainshtein conjecture une solution au problème vDVZ

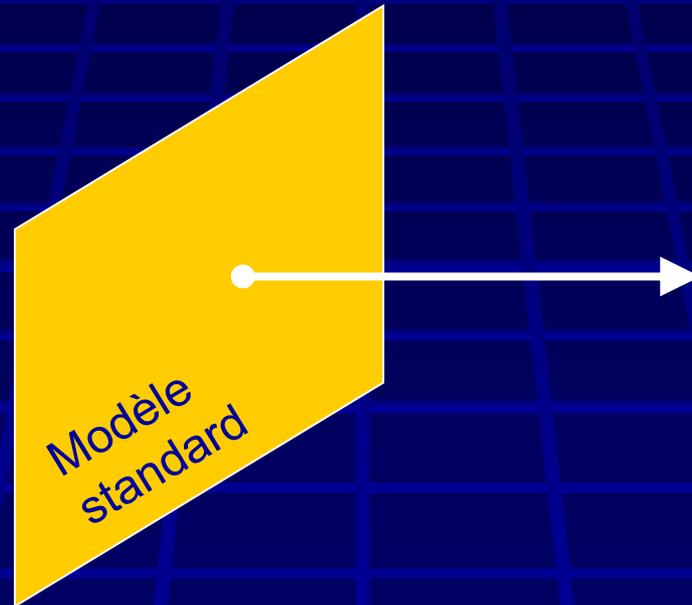


Ce « mécanisme de Vainshtein » repose sur une extension non linéaire de la théorie de Fierz et Pauli et nécessite l'existence de deux métriques dans l'Univers (on parle de théories bimétriques)

Suite aux travaux de Vainshtein,

Boulware et Deser (1972) « prouvent » que  
Toute théorie massive non linéaire est  
instable ...

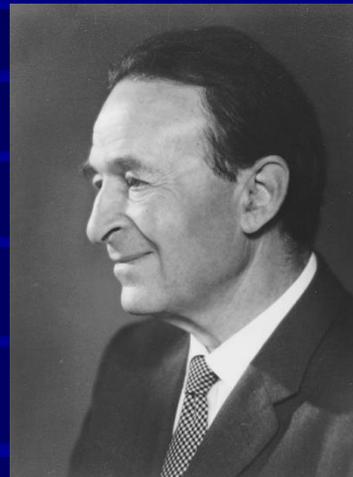
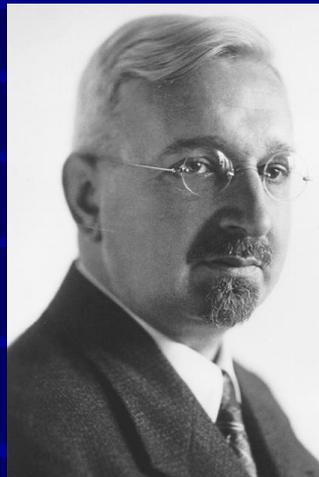
... la situation reste bloquée  
jusqu'au modèle DGP (2000) ...



Quel est le lien entre le modèle  
DGP et la gravité massive ?



Les dimensions  
supplémentaires d'espace-  
temps et le « mécanisme de  
Kaluza-Klein » (1920) !



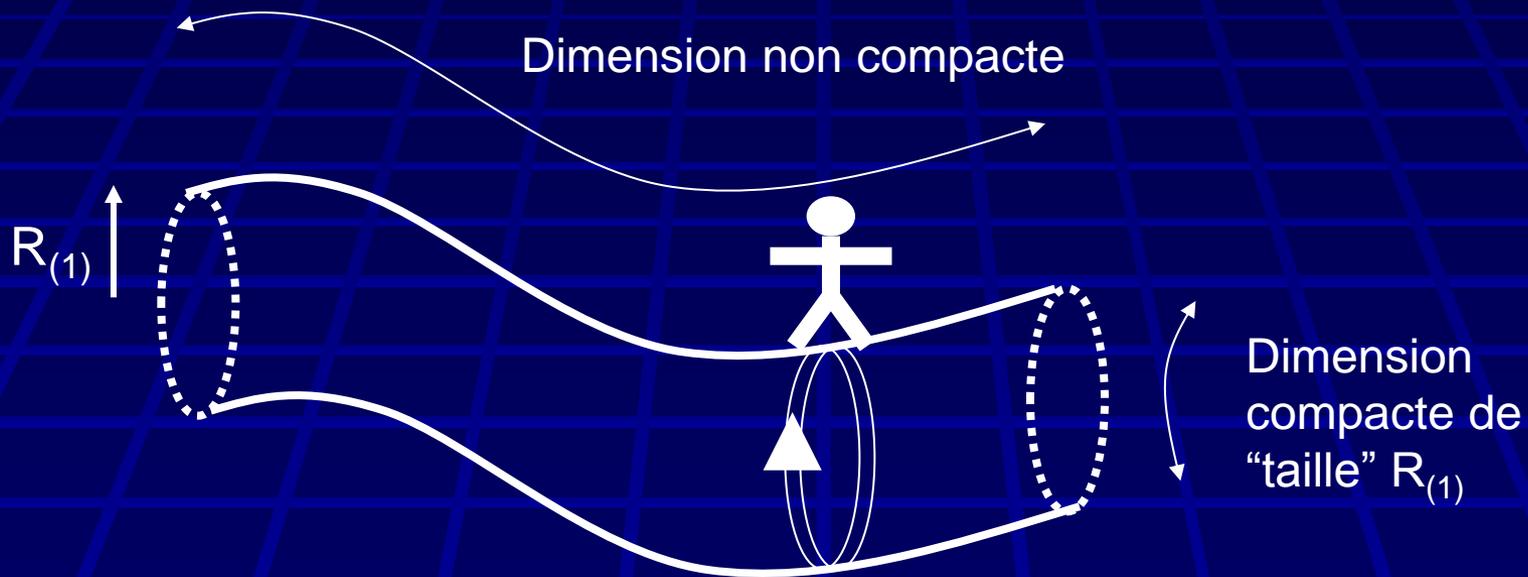
Ce mécanisme explique comment des dimensions d'espace supplémentaires aux 3 que nous expérimentons quotidiennement pourraient rester invisibles (pour le moment)



Il suffit qu'elles soient « compactes »!

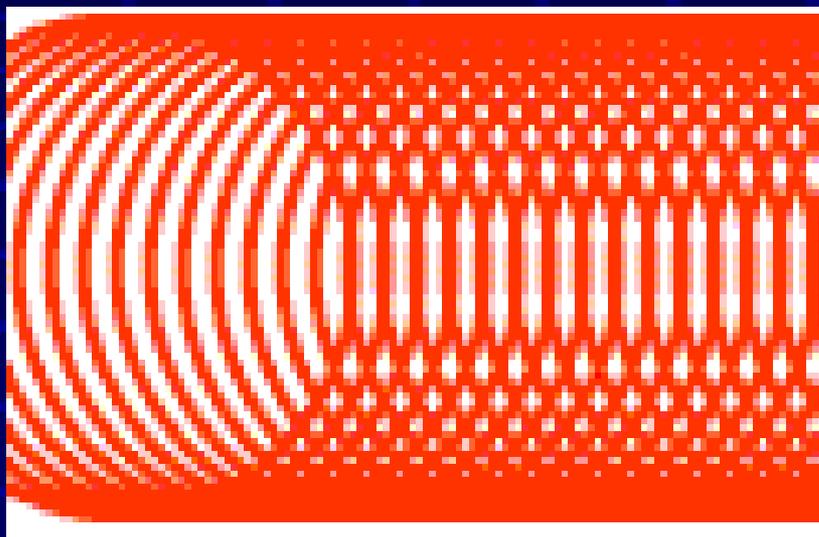
# Qu'est-ce qu'une dimension compacte ?

Exemple: la surface d'un cylindre à deux dimensions



On peut en faire le tour ...

- Quelques analogies bidimensionnelles:



Si nous vivons à la surface d'un cylindre (à deux dimensions):

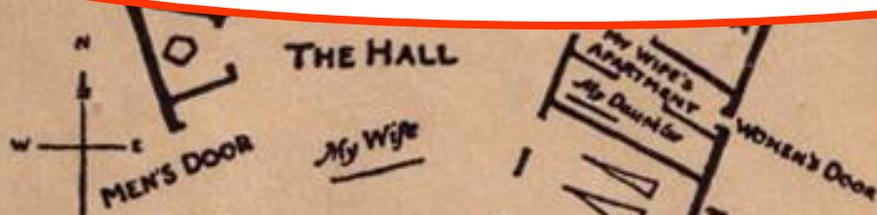
↔  
circonférence



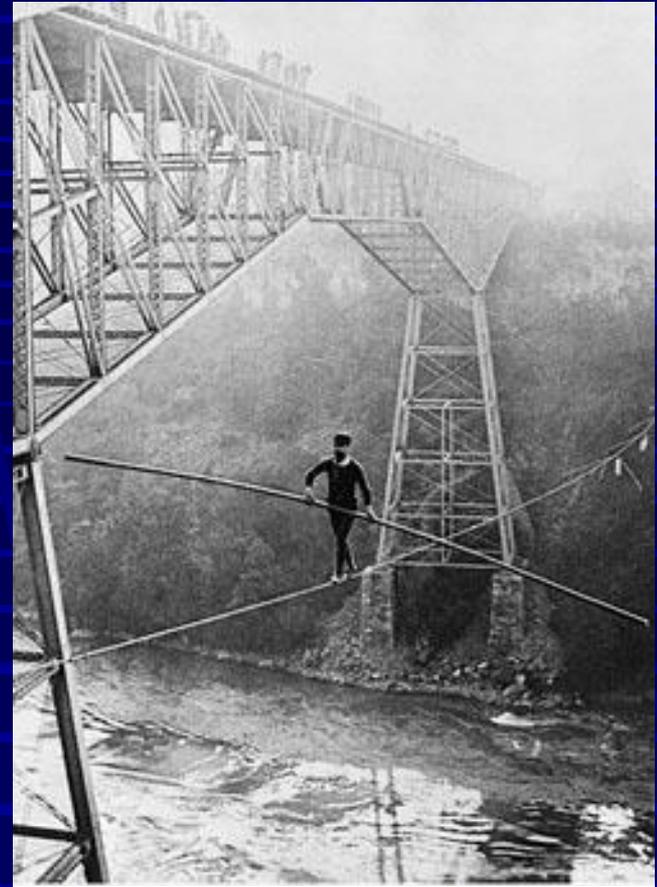
Si nous pouvons « mesurer » notre position avec une précision meilleure que la circonférence du cylindre, nous pouvons savoir que nous sommes dans un espace à deux dimensions

No Dimensi  
●  
POINTLA

Two Dimens  
□  
FLATLA



sinon, nous avons l'impression de vivre  
dans un espace à une dimension



# Quid de la gravitation ?



À des distances plus grandes que la circonférence de la dimension supplémentaire ... la force de gravitation entre les deux ● se comporte comme si cette dimension n'existait pas

Donc des dimensions « compactes »  
suffisamment petites peuvent rester  
invisibles.



Une façon plus  
savante de dire les  
choses



## Conclusion :

masse,  
énergie

⋮

Un champ dans un espace à 4+1 dimensions est vu comme une collection infinie de champs massifs vivant dans un espace à 3+1 dimensions (on parle de tour de modes de Kaluza-Klein):

$$m_4 = 4 \hbar c^{-1} / R$$

$$m_3 = 3 \hbar c^{-1} / R$$

$$m_2 = 2 \hbar c^{-1} / R$$

$$m_1 = \hbar c^{-1} / R$$

$$m_0 = 0$$

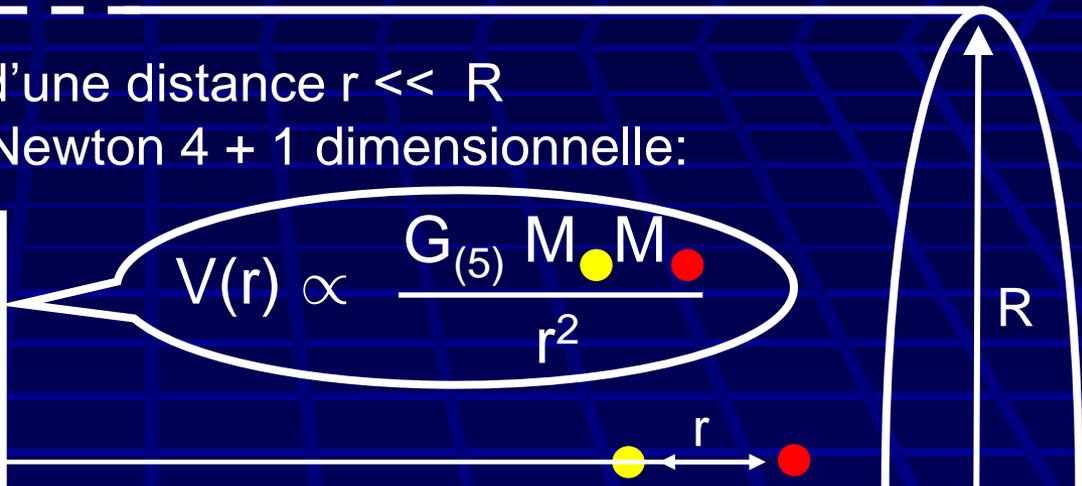
Des expériences faites à des énergies très inférieures à  $m_1$  ne “voient” que le mode de masse nulle:

Soit un seul champ vivant dans un espace à 3+1 dimensions: la dimension supplémentaire compacte est invisible à basse énergie!

# Cela vaut aussi pour la gravitation

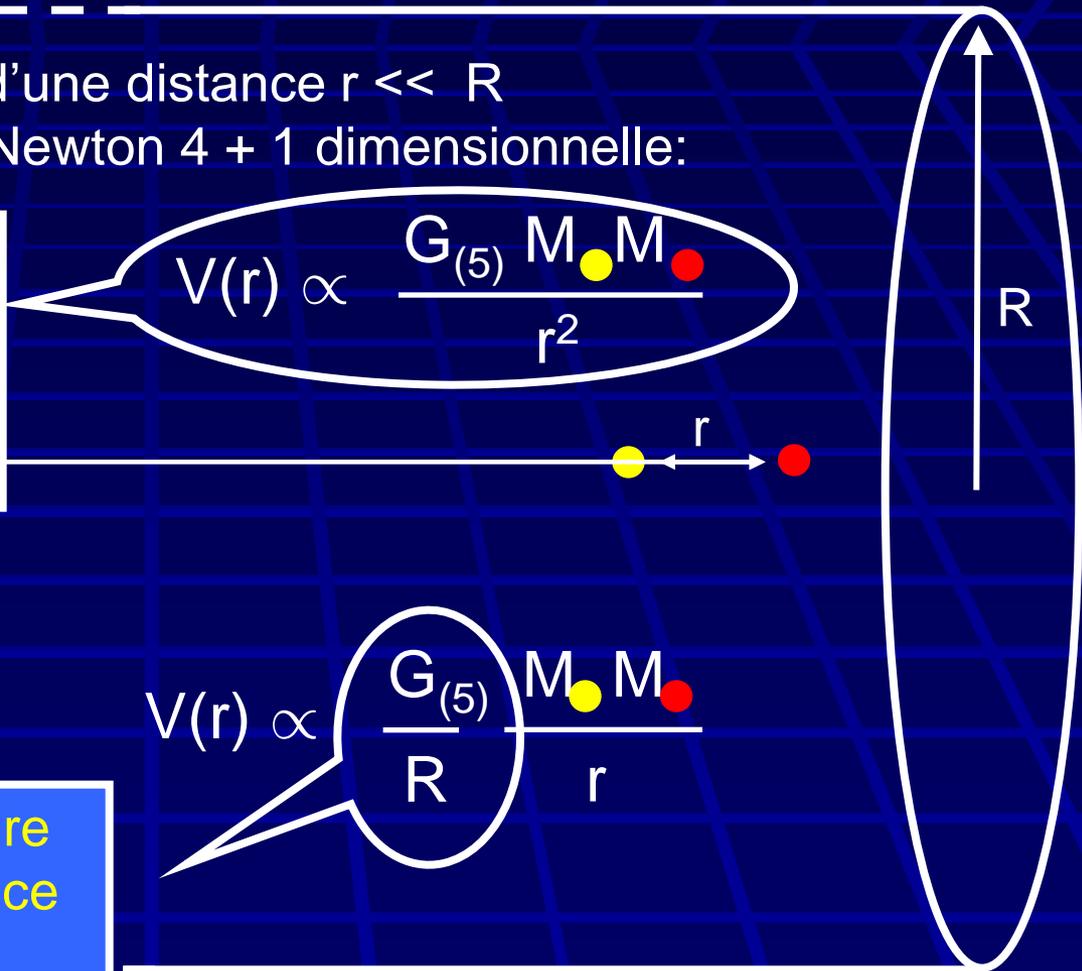
Deux masses tests séparées d'une distance  $r \ll R$   
Interagissent suivant la loi de Newton 4 + 1 dimensionnelle:

La dimension supplémentaire apparaît à petite distance sous forme d'une modification de la force gravitationnelle.

$$V(r) \propto \frac{G_{(5)} M M}{r^2}$$


Les mêmes masses séparées d'une distance  $r \gg R$   
interagissent suivant la loi de Newton usuelle:

La dimension supplémentaire est invisible à grande distance

$$V(r) \propto \frac{G_{(5)} M M}{R r}$$


Constante de Newton usuelle:

$$G_N = G_{(5)}/R$$

# Ou en termes de modes de Kaluza-Klein du graviton

pour le graviton:



Petite perturbation au voisinage du cylindre de référence: "graviton"

avec

$$g_{\mu\nu}(x^\mu, y) = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}(x^\mu, y)$$

Métrie décrivant l'espace-temps à 4+1 dimensions

Métrie plate décrivant le cylindre de référence

Décomposé en série de Fourier:

- un graviton de masse nulle
- une tour de graviton massifs de "Kaluza-Klein"

Qui permet de calculer le potentiel entre deux masses ponctuelles

Contribution de chaque mode de Kaluka-Klein de masse  $m_k \propto k/R$

$$V(r) \propto \sum_{k=0}^{k=+\infty} G_N \frac{M \bullet M \bullet}{r} e^{-m_k r}$$

- Si  $r \gg R$ : seul le mode de masse nulle contribue

$$V(r) \propto G_N \frac{M \bullet M \bullet}{r}$$

- Si  $r \ll R$ : les modes qui contribuent à cette somme sont ceux tels que  $m_k r \ll 1$  soit  $k \ll R / r$

Potentiel en  $1/r^2$

$$V(r) \propto \frac{R}{r} G_N \frac{M \bullet M \bullet}{r}$$

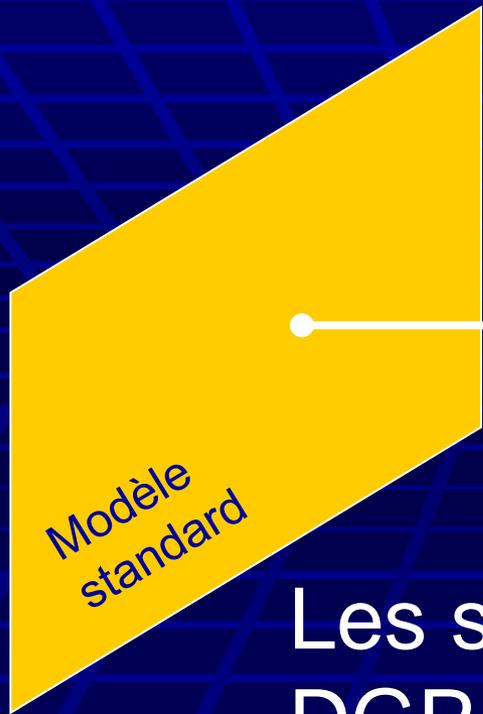
$$G_{(5)} = R G_N$$

En 1972, Arkady Vainshtein conjecture une solution au problème vDVZ



Ce « mécanisme de Vainshtein » repose sur une extension non linéaire de la théorie de Fierz et Pauli et nécessite l'existence de deux métriques dans l'Univers (on parle de théories bimétriques)

Boulware et Deser (1972) « prouvent » que Toute théorie massive non linéaire est instable ...



Les solutions cosmologiques du modèle DGP (C.D. 2000) offrent la première indication explicite que le mécanisme de Vainshtein peut fonctionner... et montrent pour la première fois que l'accélération cosmique pourrait être causée par une modification à grande distance de la gravitation.

De nombreux travaux depuis  
cherchant à étendre, améliorer le  
modèle DGP:

grand renouveau d'intérêt pour la  
« gravité massive »



Dans le modèle DGP: infinité  
de gravitons massifs (modes  
de Kaluza-Klein)



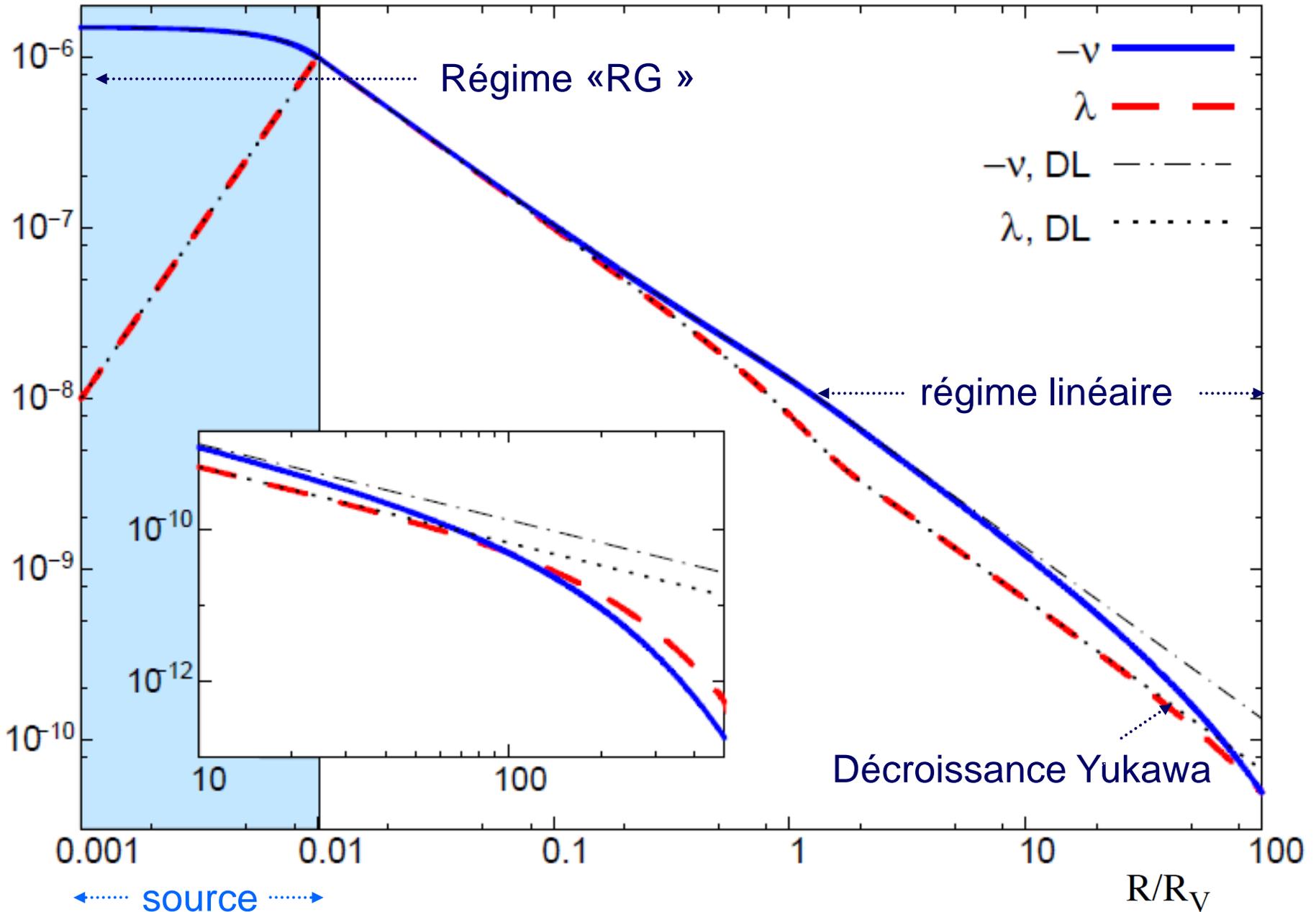
Le modèle DGP a relancé la  
quête d'une théorie avec un  
seul graviton massif !



2009-2010: Première  
démonstration explicite que le  
mécanisme de Vainshtein marche  
comme attendu  
(Babichev, C.D. Ziour)



# Coefficients de la métrique autour du soleil



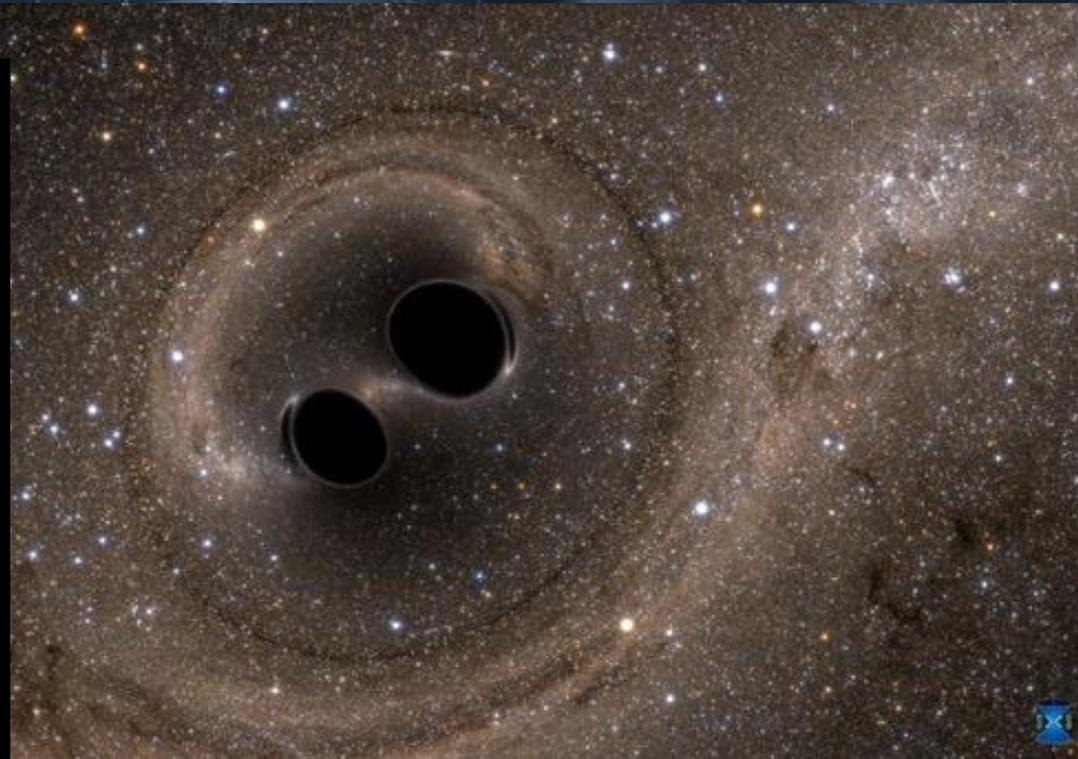
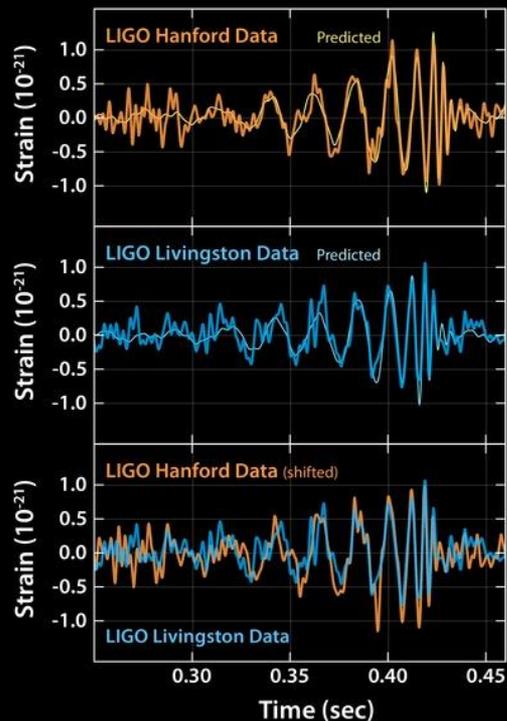


2010-2011: découverte d'une  
famille de théorie de gravité  
massive sans instabilité de  
Boulware-Deser  
(de Rham, Gabadadze, Tolley)



Depuis: de nombreux travaux  
sur cette théorie visant à mieux  
la comprendre et à étudier son  
application à la cosmologie

Les observations de LIGO-VIRGO  
permettent de contraindre la masse du  
graviton !



**Merci de votre attention !**